BoTitMatUal

BOLETÍN DE LA TITULACIÓN DE MATEMÁTICAS DE LA UAL

Volumen VI. Número 3 — 30 de abril de 2013

Aulario IV en la UAL

El cambio al Grado

En este número del Boletín, los estudiantes responsables de la sección *Territorio Estudiante* han realizado una interesante entrevista a dos alumnas que han optado por adaptarse al nuevo Grado en Matemáticas en la Universidad de Almería.

Ellas comparten con nosotros sus experiencias y lo que les ha supuesto el cambio de la metodología de docencia con la que se impartía licenciatura al nuevo paradigma que supone los estudios de grado.

De esta forma, podemos ver la opinión de unas estudiantes que han experimentado en primera persona este proceso de cambio, siempre complicado.

(Artículo completo en la página 18)

Concurso de problemas

Fernando Espín

En esta ocasión, el ganador del concurso de problemas propuesto en el número de enero ha sido Fernando Espín Fernández, estudiante de segundo de Bachillerato del *IES Alborán* de la capital almeriense.

Se puede ver la solución ganadora y el nuevo problema propuesto en la página 8.

Para esta edición del concurso hemos preparado un problema que involucra relaciones trigonométricas.

¡Esperamos vuestras soluciones antes del 14 de octubre!

Editorial

En un artículo en *The New York Times* de 2004 titulado *When Even Mathematicians Don't Understand the Math*, el reputado matemático británico Keith Devlin dijo *«La historia es que la matemática ha alcanzado un estado tal de abstracción que muchos de sus problemas de vanguardia (frontier problems) no pueden entenderlos ni siquiera los expertos»* (esta cita también puede ser encontrada en la atractiva obra *El libro de las Matemáticas* de C.A. Pickover, pero en la versión en español han escrito *«La historia de las matemáticas ha...»* por una mala traducción del original *«The story is that mathematics has...»* y el significado cambia ostensiblemente).

No podemos decir otra cosa que estamos de acuerdo totalmente con dicha afirmación.

El conocimiento matemático, y en general el conocimiento científico, ha avanzado tanto que sólo podemos ser expertos en una porción muy limitada del inmenso saber matemático. Esta gran cantidad de conocimiento puede desalentar a las personas que se acerquen a él. Pueden tener la sensación de que no podrán entender lo suficiente y se perderán en un mar de conceptos inabordables. Hay que intentar hacer este maravilloso conocimiento más cercano y divulgarlo en la medida de nuestras posibilidades. Desde el Boletín ponemos un granito de arena.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

Entrega del premio a los ganadores del concurso de problemas

Los ganadores del concurso

El pasado día 10 de abril se hizo entrega a Ana María Lao García y a Miguel Ángel Vaquero Blasco, estudiantes del *Colegio La Salle Virgen del Mar*, del diploma que les acredita como ganadores del concurso de problemas del número de octubre del Boletín.

El acto, en el que estuvieron presentes sus compañeros y sus profesores, concluyó con una charla matemática divulgativa impartida por los editores del Boletín sobre las matemáticas que aparecen en algunas series de ficción como *Big Bang Theory* o *Los Simpson*, que ayudó a los presentes a percibir las matemáticas desde una perspectiva más lúdica.

Programa de estímulo de las matemáticas en secundaria

El *departamento de Matemáticas* de la Universidad de Almería, que se engloba en el marco de la Escuela Politécnica Superior y Facultad de Ciencias Experimentales desarrolla un programa de estímulo de las matemáticas entre los estudiantes de secundaria y bachillerato de los centros educativos de la provincia de Almería.

Las acciones más importantes que se contemplan en este programa son: la elaboración de este boletín —en el que estamos en su sexto año de vida— publicado con periodicidad cuatrimestral y en el que se incluye un concurso consistente en la resolución de un problema desde la creatividad y la originalidad, a cuyos ganadores se les hace entrega de un diploma y un premio en su centro en un acto ante sus compañeros y familiares; un plan de visitas divulgativas a centros de la provincia, en las que se presenta la titulación a los futuros universitarios y se indican las salidas profesionales que tienen los titulados en matemáticas; la presencia de actividades matemáticas en la Semana de la Ciencia que cada año se celebra en la UAL y la colaboración en actividades matemáticas organizadas por otras entidades como la *RSME* o la *SAEM Thales*.

Reunión de los editores del Boletín

El 19 de abril, los editores del Boletín se reunieron para debatir sobre el presente y el futuro de nuestra revista. Se propusieron interesantes ideas para seguir fomentando este proyecto que ya cumple seis años. Esperamos poder llevarlas a cabo y seguir divulgando las matemáticas como ciencia fundamental para nuestra Sociedad.

Los editores del Boletín

II Congreso de Jóvenes Investigadores

Cartel anunciador

Del 16 al 20 de septiembre se celebrará en la Universidad de Sevilla el segundo *Congreso de Jóvenes Investigadores de la Real Sociedad Matemática Española*.

El objetivo de este congreso es reunir a jóvenes investigadores para tratar de los avances más recientes en todos los campos de las matemáticas.

El programa constará de 10 conferencias plenarias de interés general y 17 sesiones especiales focalizadas en temas concretos. El 30 de abril finaliza el plazo de envío de resúmenes a los organizadores de sesiones especiales y el 30 de junio el plazo de inscripción.

Más información en: *www.imus.us.es/2cji*.

La influencia de las matemáticas en la ciencia

Inauguración de las jornadas

Los días 8, 9 y 10 de marzo se celebraron en Huércal-Overa las jornadas científicas tituladas *«La influencia de la matemática en la ciencia»*. Las jornadas estuvieron dirigidas a estudiantes de secundaria y bachillerato y entre sus objetivos se encontraban la divulgación de las matemáticas así como el despertar vocaciones tempranas en el estudio de esta disciplina.

Organizadas por el vicerrectorado de Estudiantes, Extensión Universitaria y Deportes de la Universidad de

ISSN 1988-5318

Almería, contó con la colaboración del ayuntamiento de Huércal-Overa y del *IES Albujaira* de esta localidad.

El programa de actividades fue amplio y variado, abordando una gran cantidad de aspectos aplicados de las matemáticas. Se impartieron las siguientes conferencias:

- *La importancia de las matemáticas en las finanzas*, por D. Salvador Cruz Rambaud.
- *Las matemáticas, imprescindible en física*, por D. Francisco Javier de las Nieves López.
- *Pompas de jabón y matemáticas*, por D. José Luis Rodríguez Blancas.
- *Del homo sapiens al homo numerus*, por D. Fernando Reche Lorite.
- *Las matemáticas que necesitamos*, por D. Juan José Moreno Balcázar.
- *¿Se puede hacer ingeniería sin matemáticas?*, por D. Antonio Giménez Fernández.
- *El maravilloso mundo de los números*, por D. Andrés Nortes Checa.
- *La estadística aplicada a la medicina*, por D. Pablo Garrido Fernández.

Por último, tuvo lugar una mesa redonda titulada *«Educación y matemáticas»*.

Noticias matemáticas

Representante almeriense premiada en la Olimpiada Matemática de la RSME

En la fase nacional de la *Olimpiada Matemática de la RSME*, celebrada en Bilbao se otorgó un premio adicional a los dos chicos y las dos chicas mejor clasificados a partir del séptimo puesto: su participación en un nuevo concurso, que celebrará a finales de julio su primera edición.

La representante almeriense (segunda por la izquierda) junto con los otros tres premiados

Se trata del *Mediterranean Youth Mathematical Championship* (MYMC), organizado por el Ministerio de Educación italiano, con la colaboración de instituciones como la *Unione Matematica Italiana*, el *ICTP* de Trieste o el *Istituto Nazionale di Alta Matematica*.

La abderitana Nuria Rodríguez Barroso, ganadora de la fase local almeriense, es una de las estudiantes que ha conseguido este premio. Desde el boletín queremos felicitarle por el magnífico resultado obtenido en esta prestigiosa competición matemática.

Olimpiada Matemática Thales

El pasado 13 de abril se produjo la entrega de premios a los ganadores de la *Olimpiada Matemática Thales* para alumnos de secundaria.

Los ganadores que representarán a Almería en la fase regional

El acto se celebró en la sala de exposiciones del Ayuntamiento de Berja y al mismo acudieron la delegada de educación y cultura, Isabel Arévalo; el alcalde de la localidad virgitana, Antonio Torres, miembros de la *SAEM Thales*, con su delegado provincial Juan Guirado a la cabeza y, como representante de la división de Ciencias Experimentales de la UAL, Fernando Reche, uno de los editores de este boletín.

La fase regional se celebrará entre los días 21 y 25 de mayo en Almería. La prueba individual se celebrará en las instalaciones de la Universidad de Almería y cuenta con el patrocinio de la división de Ciencias Experimentales que mantiene una fructífera relación de colaboración con la *SAEM Thales*.

Además, durante estos días se han preparado una gran cantidad de actividades que harán que los participantes pasen unas jornadas disfrutando de nuestra tierra y de las matemáticas.

Mathematics in Planet Earth

Se trata de una iniciativa multidisciplinar, pues las matemáticas están tanto para estudiar los fenómenos naturales (terremotos, tsunamis, predicción del tiempo, etc.) como para ayudarnos con el diseño de obras de ingeniería y redes de

ISSN 1988-5318

transportes y comunicaciones.

El proyecto es el resultado de la unión de más de cien sociedades científicas, universidades, institutos de investigación y organizaciones de todo el mundo, en España la *RSME*, *SEMA*, *CRM*, *IMACI*, *ICMAT* y el *IGME* son algunas de las entidades colaboradoras.

Los objetivos principales de esta iniciativa son: fomentar la investigación sobre el planeta Tierra, alentar a los educadores a comunicar las cuestiones relacionadas con el planeta Tierra e informar a la población sobre el papel fundamental de las ciencias matemáticas para afrontar los retos de nuestro planeta. Más información en *mpe2013.org*.

La cuártica de Klein en 3D

Investigadores de la UNED han conseguido representar en el espacio una complicada simetría de una ecuación del siglo XIX, la conocida como *cuártica de Klein*.

Cuártica de Klein

Aunque se ha escrito numerosa literatura científica al respecto, nunca se había conseguido de forma tan sencilla.

Esta superficie tiene una ecuación con una simetría de orden 7, es decir, que se superpone siete veces hasta llegar a su punto original. Puede ver una representación de la *cuártica de Klein* en movimiento en *divulgaued.es/?attachment_id=2480*.

The International Year of Statistics

Que el año 2013 haya sido designado como *Año Internacional de la Estadística* es un reconocimiento a nivel mundial del importantísimo papel que juega la estadística en nuestras vidas.

La designación está siendo apoyada por 1865 organizaciones de todo el mundo entre sociedades estadísticas, universidades, escuelas de primaria y secundaria, empresas, agencias estadísticas de gobiernos o institutos de investigación. Más información en *www.statistics2013.org*.

Actividades del Mago Moebius

El mago Moebius

Nuestro compañero José Luis Rodríguez Blancas sigue con su actividad como *mago Moebius* con diferentes actuaciones «matemáticas» tanto en el ámbito de nuestra provincia como a nivel internacional.

Podemos destacar su participación el pasado 15 de marzo en la *National Science Engineering Week* [1] en la Universidad de Leicester o las próximas a celebrar en Túnez [2] (el 21 de junio) o en los Países Bajos (del 27 al 31 de julio en el *Bridges* 2013.

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado numerosos investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: José María Pérez Izquierdo, de la Universidad de La Rioja; Fabrizio Durante, de la School of Economics and Management, Free University of Bozen-Bolzano; Jose Luis Molina, de la Universidad de Salamanca; Alberto Hernández Alvarado, de la Universidad de Oporto (Portugal) y Pascual Jara, de la Universidad de Granada.

EXPERIENCIA DOCENTE

Trabajando por proyectos

IES Santo Domingo (El Ejido, Almería)

Eva Acosta Gavilán
IES Santo Domingo (El Ejido, Almería)

El *IES Santo Domingo*, de El Ejido, participa en un *proyecto de innovación educativa* aprobado por la Junta de Andalucía y que tiene una duración de dos cursos escolares.

En este primer año, 2012-2013, se encuentra en su fase de elaboración de materiales para ponerlos en marcha el próximo curso, 2013-2014.

El proyecto consiste en la implantación de una nueva metodología de trabajo para el centro, basada en la realización de proyectos colaborativos totalmente contextualizados al entorno y con carácter eminentemente prácticos.

Como eje vertebrador para desencadenar todas las ac-

[1] *www2.le.ac.uk/institution/nsew/nsew2013/events/secondary-events/mathematics-day*.
[2] *www.mims.tn/*.

ISSN 1988-5318

tividades se ha elegido el arreglo de las zonas deterioradas del IES, ya que actualmente cuenta con 12 descampados en situación de abandono. Este hecho hace que el nombre que recibe el proyecto sea *«estamos de reformas»*.

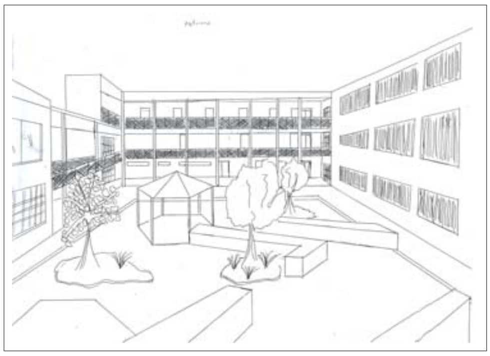
Estado actual de uno de los patios a reformar

Un total de 31 profesores con destino definitivo en el centro se afanan día a día por elaborar actividades de forma conjunta y colaborativa para poder ofrecer a los alumnos un curriculum motivador e innovador. Desde el estudio del pH del suelo, la creación de abonos naturales hasta la medición de terrenos, diseño de jardines y construcción de vallas, son muchas las asignaturas que trabajan para conseguir este curriculum integrado.

Profesoras trabajando en equipo

La asignatura de Matemáticas se ve muy integrada en este proyecto, ya que ofrece al alumnado las herramientas necesarias para resolver cuestiones multidisciplinares.

Algunos ejemplos pueden ser: utilización del *teorema de Pitágoras* para medir zonas inaccesibles, estudio del riego por goteo, manejo de las figuras geométricas para el diseño de jardines, cálculo de presupuestos,...



Boceto de cómo nos gustaría que quedara el patio de la imagen del principio

Son muchas las empresas que nos ayudan a conseguir nuestro propósito, como el propio *Ayuntamiento de El Ejido*, *Confimaplant*, *Prima-ram*, *Floristería Cuadrado*, *Papelería Celeste* y el *AMPA* del *IES Santo Domingo*, muchos padres que, de forma anónima nos hacen llegar materiales y gran cantidad de alumnos que diariamente nos ayudan en labores relacionas con el proyecto. Pero no podemos olvidar la gran colaboración y voluntad de los profesores que dedican mucho de su tiempo libre, a preparar este currículo integrado e innovador que nos permitirá hacer que nuestro centro sea un lugar más acogedor para todos. ■

EXPERIENCIA DOCENTE

El gran fractal de Sierpinski con latas de refresco

Mateo Navarro Caparrós
IES Mediterráneo (Garrucha, Almería)

La idea de esta actividad surge al estar el centro participando en el *«Programa de Educación Ambiental»* y, en principio, los objetivos que se persiguen son concienciar de la necesidad de reciclar y reutilizar los materiales, así como, el respeto por el medio natural con una correcta gestión de los residuos. Ahora bien, una vez inmersos en la misma nos dimos cuenta de la posibilidad que ofrecía para trabajar las competencias básicas y, teniendo en cuenta las características del alumnado de *diversificación*, se decidió abordarla con los alumnos de tercero de ESO-ACT. Seguidamente describimos nuestra experiencia.

Proceso de construcción

Primera fase: Pasos de 1 al 4.

Hemos realizado *«triángulos equiláteros»* con 3 latas (paso 1), las cuales pegábamos con silicona. Para su transporte rodeábamos la figura con gomas elásticas y posteriormente dejábamos secar.

A continuación, se procedía del mismo modo con estas figuras formadas por 3 latas y construíamos figuras con 9 latas (paso 2), y así sucesivamente, hasta llegar al paso 4 constituido por una figura de 81 latas formando un triángulo equilátero.

Elaborando el triángulo

De este modo teníamos los cuatro primero términos de la sucesión de *triángulos de Sierpinski* con latas de refresco. Ahora bien, la figura formada por 81 latas presentaba un problema a la hora de su desplazamiento, y es que al mínimo descuido o golpe, acababa por desmoronarse. Decidimos entonces proceder igual que antes, pero además,

ISSN 1988-5318

tras cada uno de los pasos se fijó o rodeó la figura con cinta americana, para que ante cualquier golpe siguiese manteniendo su consistencia.

Segunda fase: Pasos 5 y 6. Instalación en el exterior.

Una vez construidos todos los triángulos del paso 4 necesarios para montar los pasos 5 y 6, salimos al exterior y presentamos la sucesión de triángulos, de tal modo que la distancia de un triángulo a otro estuviese en progresión aritmética, ya que el número de latas empleadas en cada triángulo va en progresión geométrica.

Una vez hecha la presentación y viendo que todo salía según lo previsto, procedimos a marcar y atornillar los perfiles de aluminio cuyas medidas previamente habían sido calculadas.

Montaje en el exterior

Posteriormente se fueron insertando los 3 triángulos del paso 4 para constituir el paso 5, y pegándolos con silicona, del mismo modo se procedió para el paso 6 formado por 729 latas. El hecho de utilizar los perfiles de aluminio ha sido para dar consistencia a la estructura, igualmente, cuando se deterioren las latas se pueden reciclar y reutilizar otras, aprovechando estos mismos perfiles.

Tercera fase o final: Rotulación y colocación de la placa.

Resultado final

Se presentó la plantilla con el rótulo que iba a figurar y se pintó con spray blanco. Para finalizar se atornilló la placa de metacrilato y vinilo.

Reconstrucción: Realización de maquetas y pintado exterior.

Los agentes externos hicieron que, transcurrido un año, todo el trabajo se deteriorase y acabase desmoronándose. Nos planteamos su reconstrucción utilizando nuevos materiales. Para ello, se realizaron sobre cartulina plantillas hasta el paso 3 (27 latas ahora 27 círculos), que una vez presentadas en el exterior fueron pintadas con *«sprays Montana»* de diferentes colores.

Triángulos reconstruidos

Contribución de la actividad a la adquisición de las competencias básicas

La *competencia matemática* se encuentra, por su propia naturaleza, vinculada a esta actividad pues ha estado orientada a aplicar habilidades, destrezas y actitudes que hagan posible el planteamiento y la resolución de problemas, y su expresión y comunicación a través del lenguaje matemático.

Competencia social y ciudadana. La participación, la colaboración, el trabajo en grupo, la valoración de la existencia de diferentes puntos de vista y la aceptación del error de manera constructiva han contribuido el desarrollo de esta competencia.

Conocimiento e interacción con el mundo físico. Es destacable, en este sentido, la discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir pautas de comportamiento y regularidades y representaciones entre el plano y el espacio. También son apreciables las aportaciones de la geometría fractal, pues nos provee de un modelo matemático para describir las complicadas formas de la naturaleza.

Tratamiento de la información y competencia digital. Se han presentado los resultados en diferentes formatos [3] [4].

Competencia para aprender a aprender y autonomía e iniciativa personal. Estas dos competencias se han desarrollado por medio de la utilización de recursos variados trabajados en el desarrollo de la actividad. Obtener resultados de forma algebraica y contrastarlos experimentalmente, constituyen vías de tratamiento de la información, desde distintos recursos y soportes, que han contribuido a que el alumno desarrolle mayores cotas de autonomía e iniciativa y aprenda a aprender.

Competencia en comunicación lingüística. La habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo ha fomentado la comprensión y expresión oral y escrita.

La competencia en expresión cultural y artística. A través de esta actividad se ha cultivado la sensibilidad y la creatividad, la autonomía y el gusto estético, apreciando la belleza de la estructura creada. ■

[3] *www.slideshare.net/mateomaticas1/tringulo-de-sierpinski-con-latas-de-refresco*.
[4] *www.youtube.com/watch?v=1fMJo2ApkWo&feature=youtu.be*.

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

A (no so good) experience in the UAL plurilingualism program

José Cáceres González
Universidad de Almería

During the years 2010-2011 and 2011-2012, I participated in the Plurilingualism program of the University. This program basically consists of a contract from a professor and his/her department with the university to teach one subject in a foreign language during three years.

I entered in the program for two reasons: first, it was a challenge and I cannot resist an opportunity like that. But secondly, I was (still I am) convinced that the University (and the Educational System) should direct to internationalization. Several steps have been made, but we must push forward since our students will have to deal with a global world. Here in Almería, we are a drop of water in an ocean outside. In my case, I chose Math II in the first course of Engineering Studies for the experience. Those students are very motivated, they understand how important a second language is, and usually have good marks in high school. The topic covered spans from functions of several variables to differential equations. It seemed a good choice at first; however, all went terribly bad.

I clearly remember the first day of class in English. I put my slides and began to speak very slowly. A girl in the first row was looking at me with her eyes wide open, absolutely terrified. I asked her *"Do you understand me? Is it a problem related with Math or with English? Come girl don't worry, everything is going to be OK"* I tried to cheer her up. During the next weeks, many of my students rushed to the administration office to change to other groups. Since it was not possible, many opted to attend other classes without asking permission, so those classes were crowded.

You can now guess the general tone of the course. Everybody was continuously complained about the situation and since I was the responsible one, my feelings went all the range from anger to guilt.

In the second year, many decided to avoid my teaching, or to get some class notes in Spanish. I tried to motivate the students: *"This is good for you, remember that you should get a B1 level at the end of your grade"*. They were hardly convinced and some of them even told me that they will deal with the B1 level when necessary. I tried to improve all the aspects of the course but things went about as in the previous year. So at the end, I gave up and resigned from the program. In this year, I am teaching again in Spanish.

Surely, I did many things wrong. I am also aware that the experience is going pretty well in Business Studies were almost half of the courses are taught in English. Maybe that is a key point. It is not enough to offer a number of scattered courses in English, they should be organized into clear paths along grades to offer a coherent education for the future of our students. ■

Problemas de las Pruebas de Acceso a la Universidad

Problema propuesto en el número anterior

Sea f una función continua en el intervalo $[2,3]$ y F una función primitiva tal que $F(2)=1$ y $F(3)=2$. Calcula:

1. $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,dx$.
2. $\displaystyle\int_2^3 (5f(x)-7)\,dx$.
3. $\displaystyle\int_2^3 (F(x))^2 f(x)\,dx$.

A continuación presentamos la solución al problema propuesto en el número anterior.

Solución del problema:

Como f es continua en el intervalo $[2,3]$, podemos aplicar la *regla de Barrow*, que nos dice que

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a),$$

siendo F una función primitiva de f. Por lo tanto

1. En este caso la podemos aplicar directamente, siendo $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,dx = F(3)-F(2) = 2-1 = 1$.
2. En este caso, por la linealidad de la integral tenemos que

   $$\int_2^3 (5f(x)-7)\,dx = 5\int_2^3 f(x)\,dx - 7\int_2^3 dx$$

   y, por lo tanto, tenemos que la integral propuesta en el apartado vale $5(F(3)-F(2))-7(3-2) = -2$.
3. Puesto que F es una función primitiva de f, sabemos

ISSN 1988-5318

que $F'(x) = f(x)$ por lo que

$$\int_2^3 (F(x))^2 f(x)\,dx = \int_2^3 (F(x))^2 F'(x)\,dx$$

y, por lo tanto, la primitiva de la función que estamos integrando es $\dfrac{(F(x))^3}{3}$.

Así pues, el valor de la integral que nos pide el ejercicio es $\dfrac{(F(3))^3}{3} - \dfrac{(F(1))^3}{3} = \dfrac{2^3}{3} - \dfrac{1^3}{3} = \dfrac{7}{3}$.

Concurso de problemas

Problema propuesto

Elimina x de las ecuaciones,

$$\left.\begin{array}{rcl} \operatorname{sen} x + \cos x &=& m \\ \operatorname{sen}^3 x + \cos^3 x &=& n \end{array}\right\}.$$

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un ***iPod shuffle*** y un regalo relacionado con las matemáticas.

¡La solución más elegante u original tiene premio!

Para participar, sólo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico bmatema@ual.es ***antes del 14 de octubre***.

Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.

Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

El jurado ha decidido conceder el premio a Fernando Espín Fernández, estudiante que cursa segundo de bachillerato en el *IES Alborán* de Almería.

Nuestra enhorabuena al ganador.

A continuación presentamos una solución al problema planteado enviada por el ganador.

Problema propuesto en el número anterior

¿Existen soluciones enteras de la ecuación

$$\sqrt[n]{x} + \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{z}$$

para números naturales $n \geq 2$?

Solución del problema:

Si $n = 2$ tenemos que $\sqrt[2]{x} + \sqrt[2]{y} = \sqrt[2]{z}$, y en este caso, tres números que la verifican son $x = 1$, $y = 4$ y $z = 9$ ya que

$$\sqrt[2]{1} + \sqrt[2]{4} = 1 + 2 = 3 = \sqrt[2]{9}.$$

Si $n = 3$, otros tres números enteros que verifican la igualdad son $x = 1$, $y = 8$ y $z = 27$, ya que

$$\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{8} = 1 + 2 = 3 = \sqrt[3]{27}.$$

Si hacemos una tabla con los sucesivos valores de n, encontraremos que siempre hay valores de x, y, z que cumplan que $1 + 2 = 3$ de la siguiente forma:

	x	y	z
$n = 4$	1	16	81
$n = 5$	1	32	243
$n = 6$	1	64	729
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	1^n	2^n	3^n

Por lo tanto siempre existe una solución formada por números enteros de la forma:

$$x = 1^n,\quad y = 2^n,\quad z = 3^n,$$

para cualquier $n \geq 2$.

Partiendo de este ejemplo, podemos generalizar este resultado a un número mayor de soluciones de la forma:

$$x = a^n,\quad y = b^n,\quad z = c^n,$$

donde $a, b, c \in \mathbb{N}$ cumplen que $a + b = c$ y $n \geq 2$. ■

ISSN 1988-5318

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Florence Nightingale

La estadística en la enfermería

María Cecilia Ortiz Rodríguez
IES Emilio Manzano (Laujar de Andarax, Almería)

***F. Nightingale** (1820-1910)*

El 12 de mayo se celebra el día internacional de la enfermería en honor a Florence Nightingale. En Florence encontramos otro ejemplo de una mujer que tuvo que luchar contracorriente para hacer realidad sus sueños, su vocación y sus inquietudes. Gracias a ella las enfermeras empezaron a tener una formación adecuada, guiada por la toma de decisiones basadas en las evidencias que se ponen de manifiesto con un análisis estadístico de datos. Fue una gran enfermera y luchó para que otras lo fueran.

Esta es su historia

Florence nació el 12 de mayo de 1820 en Florencia, de ahí su nombre, y murió el 13 agosto de 1910 en Londres. Era hija de una familia británica acaudalada que tenía diferentes expectativas puestas en ella. Su padre estaba interesado en que recibiera educación en las materias básicas de matemáticas, latín, griego, alemán, francés, filosofía e historia. A su madre le preocupada que su hija tuviese un buen casamiento con el que continuara en la misma situación social de la familia. Sin embargo, a ella le apasionaba cuidar a los enfermos, como ella misma escribió: *«Yo tengo una naturaleza moral y activa que requiere satisfacción. Eso no lo encontraría si pasara la vida con un esposo, en compromisos sociales y organizando las cosas domésticas»*.

A los 17 años, inspirada por una *«llamada divina»*, decidió ser enfermera, aunque contrariaba los deseos de su madre. Su padre la apoyó y pudo estudiar en los mejores colegios de Londres y Alejandría. En sus visitas a los hospitales recogía información de todo lo que observaba, más tarde este material daría su fruto con un primer texto para enfermeras.

Al estallar la *guerra de Crimea* (1853-1856), Florence solicitó viajar al frente para auxiliar a los heridos. En 1854 partió a Turquía con un equipo de 38 enfermeras voluntarias. Su entrega a la profesión le hizo trabajar día y noche por los heridos. Por las noches visitaba los enfermos con una lámpara en mano, por lo que se ganó el apodo de *«la dama de la lámpara»*. Durante su estancia en Crimea siguió recopilando y analizando datos y detectó que había una alta tasa de mortalidad en los hospitales, siendo las malas condiciones higiénicas el principal factor de influencia. Tras la guerra regresó a Londres y fue recibida como una heroína nacional. Pero en Crimea contrajo unas fiebres por las que tuvo que pasar gran parte de su vida postrada en la cama.

Doodle publicado en** 2008 **con motivo de su aniversario

En 1860 trabajó para la creación de la primera escuela de enfermeras en el *Hospital Saint Thomas* de Londres, con el lema *«Las mujeres enfermeras tienen que prepararse como lo hacen los hombres para otras profesiones»*.

Fue innovadora en la recolección y tratamiento de datos. Dentro de la estadística descriptiva, el resumen de los datos y las representaciones gráficas le sirvieron para detectar los problemas a los que se enfrentaban los enfermos en los hospitales, debido a la falta de condiciones higiénicas.

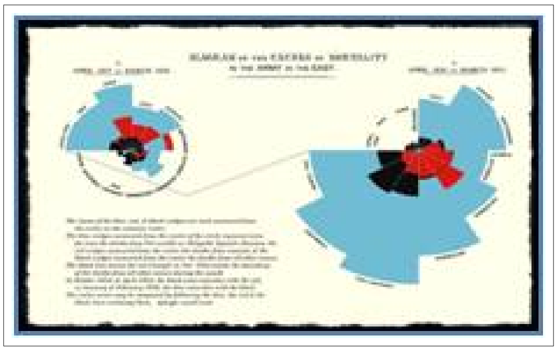


Gráfico estadístico de Florence

Con la estadística hospitalaria midió los fenómenos sociales y luchó por mejorar la calidad de los hospitales. Ella introdujo el *gráfico de área polar* (también conocido como *«gráfico de Florence»*) que le permitió representar las causas de la mortalidad a lo largo del tiempo. También diseñó un formulario para la recogida de datos. Fue la primera mujer admitida en la *Royal Statistical Society* británica en 1858 y miembro honorario de la *American Statistical Association* en 1874. Tuvo una influencia decisiva en la creación de la *Cruz Roja Británica* en 1870.

Su vida ha sido llevada al teatro, televisión y cine. En 2008 se estrenó la película titulada *Florence Nightingale* y anteriormente se habían hecho otras películas en cine mudo. Incluso podemos encontrar juegos de ordenador

ISSN 1988-5318

disponibles online, en los que el objetivo es quitar toda la basura que va apareciendo en un hospital que sirve de escenario del juego.

Referencias

[1] Cohen, I.B. Florence Nightingale. *Scientific American*, 250, 128-137 (1984).

[2] Mataix, S. Matemática es nombre de mujer. *Rubes*. (2005).

[3] Biographies of Women Mathematicians: Florence Nightingale [5].

[4] Vermont Oxford Network: About Florence Nightingale [6].

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Sistemas electorales

Miguel Ángel Bretones Baños
Tania Pérez Fuentes
Estudiantes del Grado en Matemáticas
(Universidad de Almería)

Existen muchos tipos de sistemas electorales. Cada uno de ellos tiene su propia forma de calcular los diputados a repartir en cada provincia.

En este artículo vamos a comparar cuatro sistemas electorales diferentes y veremos cómo dependiendo del que se use afectará de una u otra manera al reparto de los diputados. Los métodos que vamos a exponer son: *Hamilton*, *D'Hont*, *Sainte-Laguë* y *media geométrica*.

Procedemos ahora a explicar brevemente los distintos sistemas electorales y a aplicarlo en las elecciones generales de la provincia de Sevilla en el 2011 [7].

Método de Hamilton

Este método recibe el nombre de Alexander Hamilton, primer secretario del tesoro de los EEUU y ayudante de George Washinton y su objetivo es repartir los escaños de forma que quede lo más cerca posible a su cuota.

Para ello, se calcula la cuota que le corresponde a cada partido, dividiendo el número de votantes correspondientes a cada partido entre el total de votos de la provincia seleccionada (Sevilla) y a esto se le multiplica por el número total de diputados asignados a la provincia.

En una primera fase, nos quedamos con la parte entera de esta cuota, se suman esta partes enteras y, en una segunda fase, el resto de diputados sin asignar se reparten a los partidos con mayor parte decimal.

Partidos	Votos	Cuota	Diputados (p. entera)	Diputados (p. decimal)	Total
PSOE	441 657	5,0710	5		5
PP	409 547	4,7023	4	1	5
IULV-CA	91 368	1,0491	1		1
UPyD	58 415	0,6707		1	1
Otros	44 156	0,5071		0	0
Total	1 045 143	12,0002	10	2	12

Reparto de escaños utilizando el método de Hamilton

Este método se utilizaba para elegir a los miembros de la *Cámara de representantes* de los EEUU hasta 1941. En 1880 se hizo un estudio para modificar el número de escaños y se observó un hecho «curioso». Si la cámara tenía 299 miembros, Alabama contaría con 8 representantes; sin embargo, si se aumentaba a 300, disminuía a 7. Este fenómeno contradictorio se denomina la *paradoja de Alabama* y se debe a que este método no es monótono. Como curiosidad, se decidió que la cámara estaría formada por 325 escaños, simplemente porque con esta composición no surgía problema alguno.

Método D'Hont:

Este método debe su nombre al matemático belga, Victor D'Hont (1841-1901) y éste consiste en dividir los votos de cada partido entre números naturales hasta el total del número de diputados (como máximo, a veces no es necesario llegar hasta el total).

Para la asignación de escaños se tiene en cuenta la mayor cifra obtenida en las divisiones sucesivas.

Este es el método que se utiliza en muchos países —entre ellos España— para realizar el reparto en sus procesos electorales.

Partidos	Votos	1	2	3	4	5	6	Diputados
PSOE	441 657	441 657	220 828,5	147 219	110 414,25	88 331,4	73 609,5	6
PP	409 547	409 547	204 773,5	136 515, 67	102 386,75	81 909,4	68 257,83	5
IULV-CA	91 368	91 368	45 684	30 456	22 842	18 273,6	15 228	1
UPyD	58 415	58 415	29 207,5	19 471,67	14 603,75	11 683	9 735,83	0

Reparto de escaños utilizando el método D'Hont

[5] *www.agnesscott.edu/lriddle/women/nitegale.htm*.
[6] *nightingale.vtoxford.org/FlorenceNightingale.aspx*.
[7] *resultados.elpais.com/elecciones/2011/generales/congreso/01/41.html*.

ISSN 1988-5318

Método de Sainte-Laguë:

Este método también es conocido como el *método de Webster* o de *los divisores impares*. Es muy similar al método de D'Hont de divisores naturales pero en este método sólo se usan los divisores que sean impares intentado propiciar una mayor equidad. Se obtiene aplicando la siguiente fórmula:

$$\frac{\text{Votos}}{2s+1}$$

con $s = 0\ 1\ 2$ hasta el número de diputados como máximo.

Este método se utiliza en Alemania, Dinamarca y en los países nórdicos. Suele favorecer a partidos menos votados.

En la siguiente tabla, con los datos obtenidos en la provincia de Sevilla, se puede observar como UPyD, cuarto partido en número de votos, obtiene un escaño en detrimento del partido más votado a diferencia de lo que ocurría con el método D'Hont.

Partidos	Votos	1	3	5	7	9	11	Diputados
PSOE	441 657	441 657	147 219	88 331 4	63 093 86	49 073	40 150 64	5
PP	409 547	409 547	136 515 67	81 909 4	58 506 71	45 505 22	37 231 55	5
IULV-CA	91 368	91 368	30 456	18 273 6	13 052 57	10 152	8 306 18	1
UPyD	58 415	58 415	19 471 67	11 683	8 345	6 490 56	5 310 45	1

Reparto utilizando el método de Sainte-Lagüe

Método de la media geométrica:

Este método también es conocido como el *método de Hill-Huntington* ya que sus promotores fueron Joseph A. Hill, miembro de la oficina del censo de los EEUU, y Edward V. Huntington, profesor de la Universidad de Harvard. Es similar a los anteriores, salvo que su fórmula de reparto viene dada por:

$$\frac{\text{Votos}}{\overline{n(n+1)}}$$

con $n = 1\ 2$ hasta el número de diputados como máximo.

Es el que se utiliza desde 1941 para repartir la *Cámara de representantes* de los EEUU. Este método tiende a favorecer un poco más a los partidos mayoritarios que el método D'Hont.

En el caso de los datos de la provincia de Sevilla, el reparto final es el mismo que el que produce el método D'Hont.

Partidos	Votos	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{20}$	$\overline{30}$	$\overline{42}$	Diputados
PSOE	441 657	312 298 66	180 305 72	127 495 39	98 757 51	80 635 17	68 149 15	6
PP	409 547	289 593 46	167 196 86	118 226 04	91 577 49	74 772 71	63 194 47	5
IULV-CA	91 368	64 606 93	37 300 83	26 375 67	20 430 51	16 681 44	14 098 39	1
UPyD	58 415	41 305 64	23 847 82	16 862 96	13 061 99	10 665 07	9 013 63	0

Reparto utilizando el método de la media geométrica

Visto como ha quedado la asignación de diputados según cada método vamos a proceder a la comparación de dichos métodos.

Para ello vamos a ver durante el proceso de asignación el orden por el que los partidos van obteniendo el escaño.

ISSN 1988-5318

En esta tabla estamos comparando el orden en el que se van asignando los diputados a cada partido según él método utilizado. Como podemos observar la asignación de diputados va variando según el método utilizado.

Así, si en vez de tener 12 escaños tuviésemos menos veríamos que los diputados asignados a cada partido serían diferentes. Esto crea un conflicto ya que no podemos saber que método es el más apropiado para repartir los diputados.

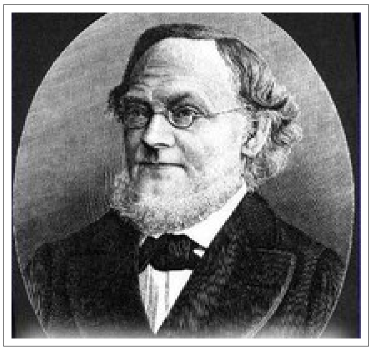
En nuestra opinión el más objetivo sería el método de Hamilton ya que se reparte de manera proporcional. Por otro lado el método de Sainte-Laguë sería el que mejor distribuye los votos ya que la división es con números más grandes. Como podemos observar en el método de D'Hont no hay mucha diferencia entre una división y otra por eso Sainte-Laguë reparte más los diputados a diferentes partidos. ■

LA HISTORIA Y SUS PERSONAJES

La conjetura de Goldbach sobre números primos

Jesús Benavides López
Héctor López Martínez
Estudiantes del Grado en Matemáticas
(Universidad de Almería)

Para los matemáticos un *número primo* es aquel número natural mayor que 1 que sólo tiene como únicos divisores a él mismo y a la unidad. El mayor número primo encontrado hasta el pasado 25 de enero consta de cerca de 17 millones y medio de dígitos y se le debe a Curtis Cooper de la *Universidad Central de Missouri*, que logró encontrarlo con la ayuda de los voluntarios de la asociación *GIMPS* (Great Internet Mersenne Prime Search).



Christian Goldbach

Uno de los investigadores de los números primos, Christian Goldbach (1690-1764) fue un matemático prusiano nacido en Königsberg (actualmente Kaliningrado, Rusia), hijo de un pastor de la iglesia protestante.

El primer maestro de Goldbach fue su padre, quien sin duda ejerció una notable influencia en la amplitud de intereses culturales que durante toda su vida mostró Christian. Su padre murió cuando Christian tenía 18 años de edad y su espíritu inquieto aún no había encontrado el camino cierto para su realización.

El hermano mayor de Christian estudiaba en la *Universidad de Leipzig*, que era una de las más antiguas de Europa y tenía una reconocida fama. Goldbach también se matricula en esta universidad para estar con su hermano mayor y en un ambiente intelectual que le apetecía.

En 1725 fue profesor de matemáticas e historia en San Petersburgo y en 1728, se traslada a Moscú como tutor del zar Pedro II. Viajó a lo largo de toda Europa y tuvo contacto con Leibniz, Nicolás y Daniel Bernoulli, De Moivre o Hermann, pero la mayor parte de sus trabajos los desarrolló en correspondencia con Euler.

Goldbach trabajó en *sumas infinitas*, *teoría de curvas* y *teoría de ecuaciones*, pero sus mejores trabajos fueron en *teoría de números*, siendo conocido, sobre todo, por la *«conjetura de Goldbach»*. Él afirma que *«todo entero par mayor que dos se puede expresar como la suma de dos números primos»* (enunciado muy sencillo pero, como ocurre muchas veces en el campo de las matemáticas, nos lleva a estudios muy complicados). Si comenzamos con los primeros números, tenemos que

$$4 = 2 + 2, \quad 6 = 3 + 3, \quad 8 = 5 + 3,$$

y así sucesivamente.

Carta de Goldbach dirigida a Euler

Como Goldbach no pudo dar una demostración a su afirmación, recurrió a su amigo Leonhard Euler. El 7 de junio de 1742, Goldbach le hizo llegar una carta describiéndole su conjetura y, al mismo tiempo, pidiéndole una respuesta.

Euler le respondió indicándole que ni había podido lograr demostrarla ni tampoco refutarla.

En 1855 se llegó a comprobar que los diez mil primeros números cumplían la conjetura.

Casi un siglo después se llegó a comprobar para los primeros cien mil primeros números.

 ISSN 1988-5318

Hoy en día seguimos igual, nadie ha sido capaz de encontrar una conclusión formal totalmente concluyente ni tampoco de encontrar un contraejemplo. En la actualidad, gracias a la tecnología, se ha podido demostrar para números pares menores que 10^{18} pero, como sabemos, en matemáticas esto no sirve como demostración.

La mayoría de los matemáticos creen que la conjetura de Goldbach es totalmente cierta. El argumento esgrimido es que cuanto mayor sea el número entero par mayor que dos, más grande será la probabilidad de encontrar dos números primos cuya suma sea el número que queremos encontrar.

A esta conjetura se la denomina la *«conjetura fuerte de Goldbach»* ya que también existe la *«conjetura débil de Goldbach»* la cual dice: *«Todo número impar mayor que 7 se puede escribir como la suma de 3 números primos»*

Se le llama *conjetura débil de Goldbach* porque esta conjetura se puede deducir de la *conjetura fuerte de Goldbach*. Por ejemplo, para probar que 23 es suma de tres primos, bastaría expresar $23 = 3 + 20$, y aplicar a 20 la *conjetura fuerte de Goldbach*: $20 = 13+7$. Con lo que ya se obtiene lo que afirma la conjetura débil: $23 = 13+7+3$.

Esta conjetura tampoco la pudo demostrar y tampoco se ha demostrado en la actualidad, pero está bastante avanzada ya que se ha demostrado para todo número impar mayor que 10^{1346}; para todos los números impares menores que 10^{1346} no se ha podido demostrar ya que es una cota muy grande y la tecnología que tenemos hoy en día no es suficientemente potente.

Os recomendamos también una interesante novela sobre la conjetura de Goldbach, escrita por Apóstolos Doxiadis y titulada *El Tío Petros y la conjetura de Goldbach* (Ediciones B. Barcelona, 2000).

Con el fin de conseguir la mayor publicidad para dicho libro el editor británico Tony Faber ofreció en el año 2000 un premio dotado con un millón de dólares para la persona que pudiera resolver la conjetura. Este premio estuvo vigente hasta abril del 2002 y nadie fue capaz de demostrarlo con lo cual el premio quedó desierto, pero el premio más importante para un matemático no es la cuantía del dinero, sino pasar a la historia como la persona que ha demostrado la conjetura fuerte de Goldbach. ■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

El salto del caballo

Irina Neolinina
Eva Milagros Morcillo Santos
Alumnas del Grado en Matemáticas
(Universidad de Almería)

Hoy en día, a la hora de entretenerse, las personas utilizamos más las nuevas tecnologías, en vez de divertirnos con los juegos de mesa. Queremos centrar vuestra atención en un juego bastante conocido por todos: el ajedrez, y en especial en una de sus piezas: el caballo.

El caballo es la única pieza del ajedrez que puede saltar por encima de las demás, describiendo una trayectoria en *forma de L*. Es decir, se desplaza dos casillas en dirección horizontal o vertical y una en dirección perpendicular a la anterior. A este movimiento se le llama *salto del caballo*.

Un *recorrido del caballo* es una secuencia de saltos en un tablero mxn, sin repetir casillas, desde una casilla inicial hasta otra final, desde la cual no se puede avanzar sin pasar por una casilla ya visitada. Llamaremos *recorrido cerrado* a aquel mediante el cual podamos acceder desde la última casilla a la primera. Y el *recorrido completo* es aquel que pasa por todas las casillas del tablero.

1	4	7
6		2
3	8	5

¿Os apetece completar unos recorridos? Pues ¡adelante! Por ejemplo probemos con un tablero 3×3. Cada salto lo representaremos mediante un número que indicará el orden en que se recorren las casillas.

Si os fijáis no se puede empezar desde el centro, porque ¡no se puede realizar el salto del caballo! Luego si lo hacemos desde cualquier otra casilla, nunca rellenaremos la casilla central.

Por tanto, para un tablero 3×3 no hay recorridos completos.

Probemos ahora con un tablero de diferente dimensión, por ejemplo 3×4:

10	7	2	5
1	4	9	12
8	11	6	3

¡Conseguido! Como se demuestra en la figura, hemos encontrado un recorrido completo.

¡Complicamos las cosas! ¿Seríais capaces de encontrar un recorrido completo en un tablero 6×6? Por ejemplo, en la figura de la abajo se muestra un recorrido que es completo y cerrado. Está claro que, por ser cerrado, se puede empezar desde cualquier casilla para obtener un recorrido completo.

1	32	9	22	7	30
10	23	36	31	16	21
33	2	17	8	29	6
24	11	26	35	20	15
3	34	13	18	5	28
12	25	4	27	14	19

Para encontrar recorridos completos en un tablero $m \times n$, por ejemplo el del ajedrez (8×8), conocemos dos métodos:

ISSN 1988-5318

1. Uno de los métodos es dividir el tablero en otros más pequeños de manera que, mediante los recorridos completos de los tableros pequeños, podamos encontrar un recorrido completo en el tablero grande. En la figura se muestra un recorrido completo que se ha obtenido a partir de dos recorridos completos 8 5 y 8 3: las primeras 40 casillas que se recorren completan el tablero 8 5 y las demás el 8 3.

34	37	26	29	32	43	48	45
25	30	33	36	27	46	51	42
38	35	28	31	40	49	44	47
7	24	39	18	1	52	41	50
14	19	8	23	12	55	64	53
9	6	13	2	17	58	61	56
20	15	4	11	22	63	54	59
5	10	21	16	3	60	57	62

2. El otro método, propuesto por H.C. Warnsdorff en el siglo XIX, consiste en —desde el principio— contar el numero de posibilidades nuevas de salto que tendría el caballo en cada una de las casillas a las que se puede mover, eligiendo la que tenga el numero más bajo de nuevas opciones de salto.

   Podéis practicar en la siguiente dirección web, *www.borderschess.org/KnightTour.htm*.

¡Y cómo no recordar la solución del cuadrado semimágico del ingenioso matemático Leonard Euler!

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	35	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Si nos fijamos, además de ser un recorrido completo, sus filas y columnas suman 260. No obstante, sus diagonales suman otras cantidades, de aquí su denominación como *cuadrado «semimágico»*. No se ha encontrado una solución *«completamente mágica»*, es decir, que la suma de filas, columnas y diagonales den el mismo resultado.

Con juegos como este, puedes pasar un rato divertido con tus amigos teniendo solo lápiz y papel, sin necesidad de gastos adicionales para pantallas de plasma y ordenadores de última generación.

Referencias

[1] *en.wikipedia.org/wiki/Knight's_tour*.

[2] *es.chessbase.com/home/TabId/55/PostId/1946*. ■

CULTURA Y MATEMÁTICAS

Desnudando la lotería de Navidad

Ismael Ruíz Rivas
Jose Fulgencio Gálvez Rodríguez
Estudiantes del Grado en Matemáticas
(Universidad de Almería)

En España se juega a la lotería de Navidad sobre todo por costumbre; es casi una obligación social ligada a los turrones, los regalos y las celebraciones, y suele jugarse en el trabajo, con los amigos o con la familia. Una Navidad sin su sorteo típico de lotería sería inexplicable en nuestra cultura.

Décimo de lotería

Para realizar el estudio del sorteo, vamos a suponer que el número de décimos que se ponen a la venta de cada número es el mismo. Centrémonos en las probabilidades de que toque cada premio (tabla 1) y suponiendo que se juega un solo décimo:

	Número de premios (n_i)	Premio por décimo (X_i)	Probabilidad de acierto (p_i)	Premio esperado ($X_i p_i$)	$X_i^2 n_i$
Premio	1	400 000	0 00001	4 0000	160 000 000 000
Premio	1	125 000	0 00001	1 2500	15 625 000 000
Premio	1	50 000	0 00001	0 5000	2 500 000 000
Premio	2	20 000	0 00002	0 4000	800 000 000
Premio	8	6 000	0 00008	0 4800	288 000 000
Premio	1 794	100	0 01794	1 7940	17 940 000
Terminación	2	2 000	0 00002	0 0400	8 000 000
Terminación	2	1 250	0 00002	0 0250	3 125 000
Terminación	2	960	0 00002	0 0192	1 843 200
Terminación	3 492	100	0 03492	3 4920	34 920 000
Terminación	9 999	20	0 09999	1 9998	3 999 600
Sin premio	84 696	0	0 84696	0 0000	0
Totales	100 000		1 00000	14 0000	179 282 827 800

Tabla 1

La probabilidad de que toque el *«gordo»* (4 millones de euros a la serie), jugando con un número, es de $\frac{1}{100\,000} = 0\ 00001$ que se mantiene igual tanto para el segundo como para el tercero (1 250 000 y 500 000 euros respectivamente); la de que pueda uno consolarse con la pedrea, es 1794 veces mayor que con el gordo; por último el premio de consolación por excelencia, el reintegro (ni

 ISSN 1988-5318

ganas ni pierdes dinero), se eleva hasta $\frac{9\,999}{100\,000}$ es decir casi un 0,1 de probabilidad.

Si realizamos la suma de todos los premios comprobamos que en total hay 15 304 por lo que la probabilidad de que un jugador reciba un premio sea cual sea, con un único billete de un décimo es de $\frac{15\,304}{100\,000} = 0{,}15304$; bastante escasa. Cabe decir que de estos 15 304 premios, sólo 1807 se corresponden con una bola, el resto son centenas, terminaciones... además de estas 1807 bolas que tienen premio, 1794 de ellas poseen solo un valor de 100€.

Veamos ahora cuál es la ganancia esperada por décimo del sorteo de Navidad, es decir, las ganancias o pérdidas que pueden esperarse al jugar este juego:

Para ello, si multiplicamos cada premio de la lotería por la probabilidad de obtenerlo y sumamos todos los resultados (véase penúltima columna de la tabla 1) obtendremos que la ganancia esperada para un décimo (que cuesta 20€) es de $14 - 20 = -6$€, por lo que el juego, como era de suponer, es desfavorable. Podríamos decir que la empresa Loterías devuelve el 70 % de lo apostado, es decir, 14 euros por cada 20. Si vende todos los boletos, en general, se esperará que ingrese un 30 % del dinero jugado, del cual, un 2,70 % se destina a los puestos de venta, un 5,30 % a gastos diversos y aproximadamente el 22 % (¡rondando los mil millones de euros!) se ingresa en el tesoro público.

Remontándonos dos años atrás observamos que se han incrementado los números de la lotería pasando de 85 000 a los 100 000 de ahora. ¿Supuso el cambio una disminución en las ganancias de la gente? Observemos la tabla 2, que corresponde a los premios de la lotería del año 2010.

Se observa que la ganancia esperada para un décimo en el 2010 es la misma que en 2012.

Entonces, ¿qué ha cambiado con el nuevo formato? Básicamente el cambio con respecto al 2010 es que la diferencia entre los extremos está más acentuada que nunca; el nuevo sorteo da más al que más gana y deja una mayor proporción de números sin premio. Como consecuencia, la desviación típica del premio por décimo aumenta. Vamos a verlo.

	Número de premios (n_i)	Premio por décimo (X_i)	Probabilidad de acierto (p_i)	Premio esperado ($X_i p_i$)	$X_i^2 n_i$
Premio	1	300 000	0,00001176	3,52941176	90 000 000 000
Premio	1	100 000	0,00001176	1,17647059	10 000 000 000
Premio	1	50 000	0,00001176	0,58823529	2 500 000 000
Premio	2	20 000	0,00002353	0,47058824	800 000 000
Premio	8	5 000	0,00009412	0,47058824	200 000 000
Premio	1 774	100	0,02087059	2,08705882	17 740 000
Terminación	2	2 0000	0,00002353	0,04705882	8 000 000
Terminación	2	1 250	0,00002353	0,02941176	3 125 000
Terminación	2	960	0,00002353	0,02258824	1 843 200
Terminación	3 042	100	0,03578824	3,57882353	30 420 000
Terminación	8 499	20	0,09998824	1,99976471	3 399 600
Sin premio	71 666	0	0,84312941	0,0000000	0
Totales	85 000		1,00000000	14,0000000	103 564 527 800

Tabla 2

La fórmula de la desviación típica es

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum x_i^2 n_i - \bar{x}^2},$$

donde $\bar{x}$ es la esperanza matemática, es decir $\bar{x} = 14$, y donde N es 85 000 (en 2010) y 100 000 (en 2012).

Así pues, y observando la última columna de cada tabla, ya tenemos todos los datos necesarios para realizar nuestra operación. Las desviaciones típicas de los años 2010 y 2012 son, respectivamente,

$$\sigma_{2010} = \sqrt{\frac{1}{85\,000} 103\,564\,527\,800 - 14^2} = 1017{,}57$$

$$\sigma_{2012} = \sqrt{\frac{1}{100\,000} 179\,282\,827\,800 - 14^2} = 1338{,}89$$

Como vemos la desviación típica del 2012 es bastante mayor que la del 2010 con lo que se garantiza una distribución menos uniforme de los premios recibidos.

Para finalizar este artículo citaremos al matemático estadounidense Roger Jones quien dijo: *«La lotería es un impuesto voluntario para el que no sabe matemáticas»*. ■

Acertijos

Una división olvidada

Ni rastro de un cochecito de caña y alambre. Quedaban sin embargo algunas cajas de cartón repletas de cuadernos usados, libros de texto y un sinfín de hojas sueltas. *«Tarea de matemáticas»*, podía leerse a duras penas en una de ellas. La tinta derramada tampoco dejaba ver con claridad una sencilla división resuelta muchos años atrás. Inexplicablemente, sentí el impulso de comprobarla, como si el niño que había sido en otro tiempo reclamara, precisamente en aquel instante, mi atención. Gran parte de los dígitos eran irrecuperables y, con los datos disponibles, me ha sido imposible decidir si la división pudo haber sido correcta. Dejo aquí constancia de aquella cuenta incompleta con la esperanza de que algún lector, intrépido y amable, encuentre la respuesta.

$$\begin{array}{ccccc|ccc}
* & 6 & 4 & * & * & * & * & 9 \\ \cline{6-8}
0 & 0 & * & 7 & 9 & 1 & * & * \\
 & & 0 & 6 & * & & &
\end{array}$$

(En el próximo número aparecerá la solución).

Solución al acertijo del número anterior

Se trataba de calcular la suma $\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{15}+\frac{1}{24}+\frac{1}{35}+\ldots$, esto es,

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}.$$

La idea clave (en este caso concreto) es observar que el término general de la suma $\frac{1}{n^2-1}$ puede expresarse de

 ISSN 1988-5318

la forma

$$\frac{1}{n^2-1}=\frac{1/2}{n-1}-\frac{1/2}{n+1},$$

para todo número natural $n \geq 2$.

De este modo, las sumas finitas pueden obtenerse con una facilidad extraordinaria pues a medida que avanza n se producen cancelaciones que simplifican los cálculos. Para ilustrar el comentario efectuemos por ejemplo la suma desde $n=2$ hasta $n=4$:

$$\begin{aligned}\sum_{n=2}^{4}\frac{1}{n^2-1}&=\sum_{n=2}^{4}\left(\frac{1/2}{n-1}-\frac{1/2}{n+1}\right)\\&=\left(\frac{1/2}{1}-\frac{1/2}{3}\right)+\left(\frac{1/2}{2}-\frac{1/2}{4}\right)\\&+\left(\frac{1/2}{3}-\frac{1/2}{5}\right)\\&=\left(\frac{1/2}{1}+\frac{1/2}{2}\right)-\left(\frac{1/2}{4}+\frac{1/2}{5}\right).\end{aligned}$$

Puede comprobarse de forma análoga que la suma desde $n=2$ hasta $n=5$ admite una expresión similar:

$$\sum_{n=2}^{5}\frac{1}{n^2-1}=\left(\frac{1/2}{1}+\frac{1/2}{2}\right)-\left(\frac{1/2}{5}+\frac{1/2}{6}\right).$$

Más generalmente, si k es un número natural mayor o igual que 2,

$$\sum_{n=2}^{k}\frac{1}{n^2-1}=\left(\frac{1/2}{1}+\frac{1/2}{2}\right)-\left(\frac{1/2}{k}+\frac{1/2}{k+1}\right).$$

Cuando k tiende a infinito $\frac{1/2}{k}+\frac{1/2}{k+1}$ tiende a cero y, por tanto,

$$\lim_{k\to\infty}\sum_{n=2}^{k}\frac{1}{n^2-1}=\frac{1/2}{1}+\frac{1/2}{2}=\frac{3}{4}.$$

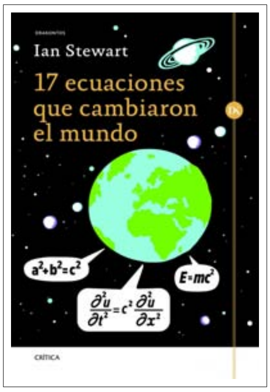
Este límite es la suma que nos habían pedido, es decir,

$$\sum_{n=2}^{k}\frac{1}{n^2-1}=\frac{3}{4}.$$

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

17 ecuaciones que cambiaron el mundo.

Ian Stewart.



Ficha Técnica
Editorial: Crítica.
430 páginas.
ISBN: 978-84-9892-517-3.
Año: 2013.

Todos los aficionados a la divulgación matemática esperamos siempre con gran interés el «nuevo libro» de Ian Stewart.

Cuando tenemos entre nuestras manos una obra de Stewart esperamos encontrar un texto serio, riguroso, de lectura amena y, sobre todo, bien escrito.

El lector que se acerque a la estantería de una librería y hojee este texto se encontrará con ecuaciones sencillas y familiares, como el *teorema de Pitágoras*, $a^2+b^2=c^2$, ó el cálculo del *logaritmo del producto*, $\log xy=\log x+\log y$; con otras tan populares como la *ecuación de la relatividad de Einstein*, $E=mc^2$, —aunque esta tenga poco que ver con los conceptos básicos de la relatividad—; pero también con otras no tan conocidas y mucho más complejas en su formulación, como la *ecuación de onda*, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, ó la *ecuación de Navier-Stokes*, $\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+v\cdot\nabla v\right)=-\nabla p+\nabla\cdot\mathbf{T}+\mathbf{f}$ que modela el comportamiento de los fluidos.

Después de estos primeros párrafos, aparentemente contradictorios, el lector se preguntará —no sin razón— si se encuentra realmente ante un libro de carácter divulgativo o ante una obra escrita para expertos científicos con una fuerte formación en matemáticas y física.

La respuesta no es sencilla. Probablemente nos encontramos ante la plasmación real del experimento del *gato de Schrödinger* —cuya ecuación también está incluída en el texto— y no sabremos si el gato está vivo o muerto hasta que no abramos la caja y lo observemos.

Yo he abierto la caja y, en mi opinión, el gato está muy, pero que muy vivo. Si bien algunos de los conceptos que trata este libro son de una cierta complejidad, el autor ha sabido exponerlos con una claridad excepcional. Pocos textos han pasado por mis manos en los que se aborde la teoría de la relatividad, la mecánica cuántica o la teoría del caos de una forma tan directa y asequible.

Es posible que el lector que busque en este texto una continuación de obras anteriores de Stewart como *Baúl de tesoros matemáticos* o *La cuadratura del cuadrado* pueda sentirse un poco defraudado pues, en este caso, algunos de los temas tratados son de una complejidad superior y su tratamiento es algo menos «lúdico».

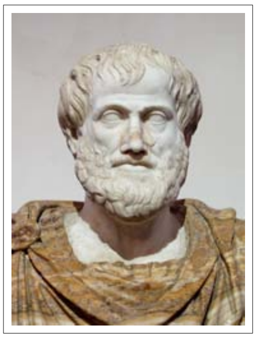
Sin embargo, considero esta obra muy superior a las anteriormente mencionadas por diversos motivos. Se realiza un análisis riguroso de las 17 ecuaciones planteadas, así como su inmersión en el contexto en el que fueron desarrolladas junto a las circunstancias que vivieron —y en algunos casos sufrieron— sus descubridores para, finalmente, exponer sus múltiples aplicaciones en nuestra vida diaria.

Como balance final, solamente puedo decir que he disfrutado enormemente con esta lectura, que considero una de las mejores obras de divulgación científica que se han publicado en los últimos años. Una obra redonda.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Citas Matemáticas

«Las formas que mejor expresan la belleza son el orden, la simetría, la precisión. Y las ciencias matemáticas son las que se ocupan de ellas especialmente».



Aristóteles (384a.C.-322a.C), polímata griego.

«Tenía x años en el año x^2».

Respuesta de Augustus De Morgan (1806-1871), matemático y lógico inglés, cuando se le preguntaba su edad.

Páginas web de interés

Matemáticas visuales

www.matematicasvisuales.com/

Una de las principales dificultades de motivación para los alumnos de Matemáticas era, y a veces sigue siendo, el no poder ofrecer aplicaciones o imágenes que sustenten o apoyen las ideas teóricas establecidas.

En la web www.matematicasvisuales.com encontramos muestras visuales de conceptos matemáticos y ejercicios interactivos donde se puede trabajar con resultados conocidos como el *teorema de Pitágoras* o el *teorema fundamental del cálculo* para calcular integrales definidas.

Hay ayudas técnicas para poder visualizar bien todo el material y poder actuar modificando los parámetros iniciales de los ejercicios y observar cómo cambian los resultados. Hay una gran variedad de materiales sobre Geometría. Por ejemplo, se explica la construcción de gran número de poliedros y no sólo con texto sino con imágenes incorporadas. También aparecen aplicaciones de la representación geométrica de los números complejos, representaciones gráficas de importantes curvas.

Asimismo hay ejercicios gráficos para Análisis Matemático, Álgebra y Estadística. La Historia de las Matemáticas tiene cabida en los contenidos y problemas de esta página. Cabe destacar también las magníficas fotos sobre contenido matemático en la Naturaleza que aparecen en el llamado *«Juego de la Vida»*.

Por supuesto, existen enlaces con temas relacionados y con otras páginas web. Es una visita recomendable para obtener aplicaciones o imágenes de cualquier tema de Matemáticas de Secundaria o Bachiller, tanto para alumnos como para profesores.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

ISSN 1988-5318

ENTREVISTA

El cambio al Grado

Alicia Cabrerizo Lamarca
José Gálvez Rodríguez
Laura Martín Valverde
Beatriz Navarro Vicente
Paula Pérez López
Estudiantes de Matemáticas de la UAL

María Dolores

Se ha realizado una entrevista a dos alumnas de la Universidad de Almería que empezaron la Licenciatura de Matemáticas y que, posteriormente, se pasaron al Grado en Matemáticas. ¿Qué las motivó a hacer ésto? Las entrevistadas son María Dolores Fernández de Henestrosa González **[M]** y Tania Pérez Fuentes **[T]**.

¿Por qué elegisteis la carrera de matemáticas?

[M] Siempre me habían gustado, desde el colegio. Estaba muy segura de qué iba a hacer desde primero de bachillerato, tuve la suerte de tener un muy buen profesor, que hizo que realmente me interesaran las matemáticas.

[T] Pues la verdad es que yo no tenía nada claro qué quería estudiar, siempre me habían gustado las matemáticas y me gustaba la idea de trabajar como profesora.

Tania

Pero la veía una carrera muy complicada, me daba miedo, así que opté por comenzar otra carrera mi primer año de universidad. Un gran error, porque estaba haciendo una cosa diferente a la que me gustaba, entonces me di cuenta de que nunca me tenía que haber metido ahí, pues hay que hacer siempre lo que verdaderamente nos guste. Al año siguiente empecé en matemáticas y estoy muy contenta con ello.

¿La carrera es como os esperabais?

[M] No, esperaba algo diferente, pero eso sí, no me ha defraudado lo que he visto por ahora. No tiene nada que ver con lo se ve antes, por eso al principio fue un poco fiasco, pero, después de un tiempo, me empezó a encantar.

[T] La verdad es que sí, como ya he dicho, veía que era una carrera muy complicada y así es, pero tampoco es imposible.

¿Qué es lo que más y lo que menos os gusta de la carrera?

[M] Lo que más me ha gustado, las asignaturas relacionadas con álgebra y topología. Lo que menos, sin dudarlo, las geometrías (todas). Me cuesta horrores ver curvas o planos.

[T] Lo que más me gusta es lo mucho que se aprende de cosas que no sabíamos de dónde venían, aquí todo tiene un porqué. Y lo que menos, la complejidad de algunas asignaturas.

¿Qué os hizo cambiar de licenciatura a grado?

[M] En mi caso empecé la doble titulación de Matemáticas e Informática, no me gustó nada la informática y quería dejarlo. Pero no quería tener asignaturas de diferentes cursos en el mismo año, ya que el ritmo de la doble titulación es diferente al de matemáticas.

[T] Mi cambio se debió a que tenía asignaturas de otros años suspensas y no podía con tantas asignaturas. Además, las suspensas sólo tienen derecho a examen, no hay docencia y es bastante más complicado.

¿Creéis que fue una buena decisión?

[M] Para mí ha sido un gran acierto. Me cuesta mucho trabajar día a día, pero como el grado te obliga a ello, te facilita mucho las cosas.

[T] La verdad es que yo lo tuve que hacer en cierto modo «obligada», ya que si hubiese tenido otra opción, no me hubiese cambiado.

¿Podríais comparar los dos planes de estudios?

[M] En la licenciatura hay mucho más temario, son muchas más horas. En el grado, hay menos temario, pero menos horas. Lo difícil de la licenciatura es que hay más cosas que estudiar, y lo peor del grado es que hay muchas cosas que tienes que buscar por tu cuenta y, que en la licenciatura, las dan como parte del temario. Si tuviese que decir qué es más complicado, me costaría mucho, es claro que, en temario, la licenciatura, pero por el modo de impartirlo... se iguala la cosa.

[T] Bajo mi punto de vista el grado es mucho más agobiante que la licenciatura, debido a que se da el mismo temario en muchas asignaturas, pero en muchísimas menos horas de clase, incluso algunas asignaturas que en licenciaturas son anuales, en grado son cuatrimestrales. Es agobiante tanto para el alumnado como para los profesores, que se ven muchas veces obligados a simplificar el temario, simplemente por falta de tiempo.

ISSN 1988-5318

Lo bueno del grado es que te obliga a estudiar más día a día, puesto que los ejercicios y las prácticas cuentan un 40 % de la nota final.

Otra cosa muy positiva del grado es que han implantado prácticas, algo que viene muy bien, porque en la licenciatura no hay, y cuando ya tienes tu carrera te tienes que enfrentar a algo nuevo. Veía muy necesarias las prácticas porque es la primera toma de contacto con el mundo laboral.

¿Qué pensáis del nivel de idiomas exigido para obtener el título de grado?

[M] Me parece lo normal, qué mínimo que un B1 para salir al mundo laboral.

[T] Es algo muy bueno. Hoy en día es muy importante tener un nivel de inglés, pero hay mucha gente (me incluyo) que el inglés lo tiene un poco olvidado; cuando nosotros empezamos la carrera ésto no era obligatorio.

¿Tenías conocimiento de las salidas profesionales de la carrera antes de empezar?

[M] Sí, tengo familia que trabaja en grandes empresas en Madrid, y me lo habían contado. Aunque es algo que se desconoce por el resto de la población. Cuando dices que estudias Matemáticas preguntan al momento: ¿Quieres ser profesor?

[T] Realmente no tenía claro todas las salidas que tenía la carrera. Pensaba que la única salida era la docencia, pero ahora he descubierto que hay muchas más.

¿Qué esperáis hacer cuando acabéis?

[M] Espero irme a Madrid, hacer un máster relacionado con la estadística y trabajar en alguna empresa o en un banco.

[T] Yo espero poder dedicarme a la enseñanza, que es lo que me gusta.

¿Qué le diríais a alguien que no tenga claro si empezar la carrera de matemáticas?

[M] Los comienzos son duros, pero la satisfacción de haber hecho algo tan bonito, merece la pena. Tienes que tener claro que al principio te decepcionarás, pero con un poco de interés y mucho estudio, está todo resuelto.

[T] Que si realmente es lo que le gusta, que lo haga. Es una carrera complicada, pero con trabajo y constancia se puede sacar perfectamente. En definitiva, lo animaría a que la estudiase.

■

Responsables de las secciones

- Actividad Matemática en la UAL
  - *Actividades organizadas*: Pedro Martínez (pmartine@ual.es).
  - *Entrevistas e investigación*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Juan José Moreno (balcazar@ual.es).
  - *Foro abierto y preguntas frecuentes*: María Gracia Sánchez-Lirola (mgsanche@ual.es).
- De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria:
  - *Experiencias docentes*: Eva Acosta (evagavilan1@yahoo.es), Nuria Pardo (penuria@gmail.com), Miguel Pino (mpinomej@gmail.com y Tomás Ruiz (targ53@hotmail.com).
  - *Enseñanza bilingüe en Matemáticas*: María del Carmen Castro (mccastroalferez@gmail.com).
- Divulgación Matemática
  - *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo (edeamo@ual.es), Florencio Castaño (fci@ual.es) y Blas Torrecillas (btorreci@ual.es).
  - *Problemas de interés*: Alicia Juan (ajuan@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez (misanche@ual.es).
  - *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez (mgamez@ual.es), Juan Antonio López (jlopez@ual.es), Francisco Luzón (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón (asalmero@ual.es).
  - *Mujeres y matemáticas*: Isabel Ortiz (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez (mramirez@ual.es).
  - *Cultura y Matemáticas*: José Luis Rodríguez (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez (jramon_sg@hotmail.com).
  - *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales (amorales@ual.es) y Fernando Reche (freche@ual.es).
  - *Páginas web de interés*: José Carmona (jcarmona@ual.es) y José Escoriza (jescoriz@ual.es).

- *Citas matemáticas*: Juan Cuadra (jcdiaz@ual.es) y Alicia Juan (ajuan@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Antonio Andújar (andujar@ual.es) y José Antonio Rodríguez (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro (jcnav@ual.es).

TERRITORIO ESTUDIANTE: Alicia Cabrerizo (aliciacl92@gmail.com), José Gálvez (josegal-2@hotmail.com), Laura Martín (lmartinvalverde@gmail.com), Beatriz Navarro (beatriznavic@gmail.com) y Paula Pérez (perezlopezpau@gmail.com).

ISSN 1988-5318