Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XV. Número 2 — 31 de enero de 2022

Un fotograma de El Rey León

Las matemáticas en el cine

Alfonso J. Población Sáez tiene una amplísima trayectoria divulgadora de las matemáticas. Actualmente es miembro de la Comisión de Divulgación de la RSME y coordina la sección *El ABCdario de las Matemáticas* en el diario *ABC*.

En este artículo, titulado *Las matemáticas y los efectos especiales en el cine* nos presenta algunos aspectos matemáticos interesantes que han hecho que los efectos especiales de las películas actuales tengan el nivel de realismo que han alcanzado, sobre todo si las comparamos con las que se producían hace algunas décadas.

Los métodos matemáticos avanzados han permitido realizar escenas que, en otras épocas, o bien hubiera sido imposible o su coste inasumible.

(Artículo completo en la página 20)

Una experiencia Erasmus

No cabe duda que estudiar un título —o parte— fuera de tu país es una experiencia incomparable. Las becas *Erasmus* permiten que estudiantes de universidades españolas puedan realizar un curso o parte de él en una universidad extranjera.

En este artículo, Irene Arrabé, estudiante del Grado en Matemáticas de la *Universidad de Almería*, responde a las preguntas e inquietudes que sus compañeros le plantean en esta entrevista en la que plasma sus impresiones relativas a su estancia en una universidad noruega como estudiante Erasmus.

(Artículo completo en la página 24)

Editorial: Políticas de género y Matemáticas

El *Libro Blanco de las Matemáticas*, dirigido y coordinado por la RSME con el apoyo de la *Fundación Ramón Areces*, incluye un capítulo de conclusiones con un apartado dedicado a Políticas de género y matemáticas.

Entre otras cuestiones, en el estudio se recoge que las jóvenes estudiantes declaran tener baja autoestima al afrontar una materia como las matemáticas; que las alumnas, aun obteniendo mejores notas en Matemáticas, perciben erróneamente que no son tan buenas en esta materia como sus compañeros varones y manifiestan que tienen que dedicarle más esfuerzo a esta asignatura para superarla satisfactoriamente; que las jóvenes, en mayor medida que sus compañeros varones, encuentran frecuentemente las matemáticas alejadas de la realidad cotidiana; y que hay una escasa participación de mujeres en las Olimpiadas Matemáticas.

Confiamos en que las referencias a la historia y al trabajo de las actuales mujeres matemáticas que se incluyen en este Boletín, así como todas las aplicaciones de las matemáticas, contribuyan a reflexionar sobre los puntos que hemos destacado del *Libro Blanco*, porque el ser mujer no limita la capacidad para entender, aplicar o investigar en matemáticas.

Resumen

Actividad Matemática p. 2

Enseñanza Secundaria p. 8

Concurso de problemas p. 12

Divulgación Matemática p. 13

Territorio Estudiante p. 24

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

Entrega de premios del Boletín

El 21 de enero se hizo entrega de los premios del concurso del Boletín. A la ganadora, Paula Gómez Ortiz, le fue entregado el premio en su centro, el *IES Fuente Nueva* de El Ejido, por parte de Isabel Ortiz y Fernando Reche.

La ganadora con su profesora y sus compañeros

Al acto acudieron las dos clases de segundo de bachillerato de ciencias junto con sus profesoras. Como parte de la jornada Fenando Reche impartió la charla *Las matemáticas en las series de TV*.

Entrega del accésit

El accésit fue entregado a Vicente Pérez en la UAL después de su participación en fase local de la Olimpiada Matemática Española.

LVIII Olimpiada Matemática Española

El 21 de enero tuvo lugar en el Auditorio de la UAL la fase local de la 58 edición de la *Olimpiada Matemática Española* de la *Real Sociedad Matemática Española*, organizada por la Facultad de Ciencias Experimentales.

Estudiantes en un momento de la actividad

Un total de 36 estudiantes procedentes de 13 centros de la provincia se dieron cita en la Universidad para enfrentarse a interesantes problemas en una única sesión de mañana. El periodo de realización de la prueba y el número de participantes, inferior al de otros años, se debe a la actual situación pandémica.

El primer clasificado en esta fase local ha sido Andrey Parrilla Prokopyev del *SEK Alboran*; el segundo, Iván García Harlouchet del *IES Alborán-Manuel Cáliz* y el tercero, Ramón Domech León del *IES Alyanub*.

Posteriormente, tendrá lugar la fase andaluza (por determinar fecha y lugar) previa a la fase nacional del concurso, que se celebrará entre los días 31 de marzo y 1 de abril de 2022 en La Rábida (Huelva).

La *Olimpiada Matemática Internacional* será del 6 al 12 de julio en Oslo (Noruega). En paralelo, y con el objetivo de poner en valor el talento matemático de las estudiantes, se celebrará la *Olimpiada Europea Femenina* del 6 al 12 de abril en Eger (Hungría) [1].

Las Matemáticas en el Parlamento de Andalucía

El pasado 19 de enero se presentó en el Parlamento de Andalucía el *Estudio del impacto socioeconómico de las Matemáticas en Andalucía* realizado por la empresa AFI.

El acto fue presidido por la presidenta del Parlamento de Andalucía, Marta Bosquet Aznar, y contó, entre otros, con la presencia de representantes de los partidos políticos, de la rectora de la Universidad de Granada, del rector de la Universidad de Sevilla y de los directores de los institutos universitarios de matemáticas de Granada (IMAG) y de Sevilla (IMUS).

La UAL estuvo representada por el vicerrector de Investigación, Diego Valera, el director del centro CDTIME, Fernando Reche, el decano de la Facultad de Ciencias Experimentales, Juan J. Moreno, el director del Departamento de Matemáticas, José Carmona, y el profesor Antonio Salmerón.

De izda. a dcha. José Carmona, Fernando Reche, Juan José Moreno, Diego Valera y Antonio Salmerón

[1] *www.rsme.es/2022/01/comision-de-olimpiadas-transcurso-del-ano-olimpico*.

 ISSN 1988-5318

Además de la presentación de dicho estudio, estuvo muy presente la creación del *Instituto Andaluz de Matemáticas* (IAMAT) del que la UAL espera ser un nodo.

CDTIME organiza la presentación del Libro Blanco de las Matemáticas

El *Centro de Desarrollo y Transferencia de Investigación Matemática a la Empresa* (CDTIME) organizó el 26 de enero la conferencia *El libro Blanco de las Matemáticas en España. Del diagnóstico a la acción*, impartida por Francisco Marcellán, presidente en funciones de la *Real Sociedad Matemática Española*.

De izda. a dcha. Isabel Ortiz, José Antonio Rodríguez, Fernando Reche, Francisco Marcellán, Juan José Moreno y José Carmona

En su charla quedó reflejada la importancia de nuestra materia en el desarrollo social e industrial y la necesidad de disponer de un currículo adecuado en cada una de las etapas educativas.

Semana de la Ciencia 2021

Del 8 al 12 de noviembre tuvo lugar la *Semana de la Ciencia* en la *Universidad de Almería* de forma presencial. Fue organizada por la OTRI y se realizaron 43 actividades: 34 talleres y 9 «Café con Ciencia», todas ellas con un marcado carácter lúdico, divulgativo y didáctico, dirigidas a estudiantes de 4.º de ESO, Bachillerato y Formación Profesional.

Café con Ciencia

Toda la información sobre las actividades está disponible en la página web *www.ual.es/semanadelaciencia*.

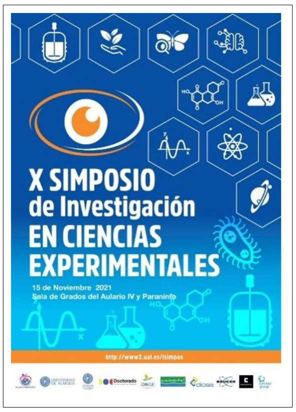
Estudiantes de bachillerato del *IES Albaida* asistieron al «Café con Ciencia» titulado *Matemáticas para comprender el mundo* con el decano de la Facultad de Ciencias Experimentales, Juan José Moreno Balcázar.

Las matemáticas también tuvieron un espacio reservado en los talleres mediante la actividad *Stat Wars (episodio II): El imperio de los datos*, enfocada a la divulgación de la Estadística, a la que asistieron estudiantes de los institutos Albaida, Alhadra, Azcona y Mar Mediterráneo.

Un momento de la actividad Stat Wars

Esta actividad la organizan miembros del Departamento de Matemáticas de la *Universidad de Almería* y está dentro de un proyecto nacional del mismo nombre [2].

X Simposio de Investigación en Ciencias Experimentales



Cartel

En el marco de la festividad de san Alberto Magno, la *Facultad de Ciencias Experimentales* de la *Universidad de Almería* celebró la décima edición del *Simposio de Investigación en Ciencias Experimentales*, con el propósito de generar un entorno para presentar resultados científicos, ideas y proyectos, así como para compartir perspectivas y debatir temas de interés.

Este año se ha podido retomar el formato presencial y ha contado con comunicaciones tipo «flash» y conferencias plenarias.

Se otorgaron siete premios, dos de ellos en el área de las matemáticas, uno a Juan Francisco Mañas Mañas, por mejor presentación oral flash, y otro a Antonio Zarauz Moreno por mejor contribución en formato póster [3].

[2] *www.proyectostatwars.es*.
[3] *www2.ual.es/isimpos*.

ISSN 1988-5318

El VI Indalmat 2021 premia el talento en Matemáticas

El pasado 17 de noviembre tuvo lugar la entrega de galardones del tradicional concurso de resolución de problemas matemáticos de la *Universidad de Almería*. Este ha sido el colofón a un *Indalmat* 2021 que se inició el pasado 8 de octubre con un total de 270 estudiantes procedentes de 30 centros de enseñanzas medias de toda la provincia. Se han concedido un total de diez distinciones en cada categoría (4.º de ESO y 1.º y 2.º de Bachillerato).

Foto de familia de los galardonados

El primer clasificado en 4.º de ESO ha sido Daniel Sánchez, del *IES Mediterráneo*, seguido por Alejandro Casas, del *Centro Educativo Agave*, y en tercer lugar por Natalia Azañón, del *Colegio Altaduna*.

En cuanto a los premios en bachillerato, el podio en primero ha estado formado por Andrey Parrilla, del *SEK Alborán*, Álvaro Lozano, del *IES Nicolás Salmerón y Alonso*, y César Cassinello, del *Centro Educativo Agave*. Y en segundo, ha resultado ganador Iván García, procedente del *IES Alborán-Manuel Cáliz*, mientras que Juan Bretones y Álvaro Huisman, ambos del *Centro Educativo Agave*, se han quedado con la segunda y tercera posición, respectivamente.

Además de los centros referidos, han conseguido tener a sus estudiantes en el top 10 de *Indalmat* 2021 los institutos Aguadulce, Azcona, Alyanub, El Palmeral, Murgi y Río Aguas, el Colegio Almería Internacional y el Colegio Compañía de María.

Profesores de Marruecos reciben formación en la UAL para modernizar la enseñanza de las matemáticas

En la primera semana de noviembre, la *Universidad de Almería* recibió la visita de un grupo de 36 personas conformado por profesores de matemáticas y técnicos procedentes de Marruecos, para participar en un programa de formación que tiene como objetivo la modernización de la enseñanza de matemáticas en el sistema de educación superior de este país.

Esta actividad, enmarcada dentro del proyecto *MathICs* del programa *Erasmus+* de *Fortalecimiento de las Capacidades en la Educación Superior*, se desarrollará en cuatro fases, cada una de ellas en uno de los países participantes en el proyecto: España (a través de la UAL, que coordina el proyecto), Francia (*École Centrale de Nantes*), Portugal (*Instituto Superior Técnico de Lisboa*) y Marruecos (*Universidad Mohammed V de Rabat*).

Una de las sesiones formativas

II Jornadas Científicas san Alberto de la Facultad de Ciencias Experimentales

Cartel de la jornada

El 12 de noviembre se celebró la segunda edición de la *Jornada Científica de san Alberto*, en la que los ganadores de los premios de investigación san Alberto 2021 expusieron sus trabajos publicados en primer cuartil del *Science Citation Index*.

En esta ocasión se otorgaron un total de 13 premios, de los cuales 4 fueron del ámbito matemático.

III Jornadas de Puertas Abiertas del Departamento de Matemáticas

Siguiendo la tradición de los años anteriores, el Departamento de Matemáticas de la *Universidad de Almería* celebró el 11 y 12 de noviembre sus terceras jornadas de puertas abiertas, con el objetivo principal de dar visibilidad a las actividades propias realizadas por sus miembros.

Cartel de las jornadas

El acto tuvo lugar en la sala de grados del Aulario IV, donde docentes, investigadores y estudiantes dispusieron de un espacio común para poner en valor las actividades de docencia, investigación, transferencia y divulgación que se realizan en el Departamento.

ISSN 1988-5318

Dentro de las actividades programadas se incluyeron diversas charlas correspondientes a los premios relacionados con la investigación y la innovación docente que ha otorgado el Departamento entre sus miembros [4].

Premio al estudiante Juan Francisco Cuevas por sus sendas medallas en las Olimpiadas de Física y Matemáticas

El estudiante Juan Francisco Cuevas, matriculado en el Grado en Matemáticas en el presente curso académico 2021/2022, ha sido premiado por la *Facultad de Ciencias Experimentales* con un ordenador como recompensa por alzarse con una medalla de plata en la *Olimpiada Física Española* y una medalla de bronce en la *Olimpiada Matemática Española*.

Acto de entrega del premio

Juan Francisco procede del *IES Campos de Níjar* y se encuentra entre los mejores 30 estudiantes del país en ambas materias, Física y Matemáticas.

Los Viernes Científicos exponen las claves de la divulgación de las Matemáticas

La *Facultad de Ciencias Experimentales* organizó el 3 de diciembre la conferencia *El ABCdario de las Matemáticas* dentro de su programa *Viernes Científicos*.

Un momento de la conferencia

Fue impartida por Alfonso Jesús Población Sáez, profesor de la *Universidad de Valladolid*, miembro de la *Comisión de Divulgación de la RSME* y responsable de una columna de divulgación matemática en el periódico *ABC*. Nos habló sobre la relevancia y reconocimiento que ha alcanzado en la actualidad la divulgación de las matemáticas.

Actividades de la SAEM-Thales

La delegación provincial de la *Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales* celebró el pasado mes de diciembre su Asamblea Anual de socios.

En esta Asamblea se constituyó una nueva Junta Directiva integrada por Hamza Chahdi, como delegado provincial, Andrés Mateo Piñol, como secretario, y Siham El Abyad Chtam, como tesorera [5].

Noticias matemáticas

Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia

El 11 de febrero se celebra el *Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia*, un día para reivindicar que las mujeres y las niñas desempeñan un papel fundamental en las comunidades de ciencia y tecnología y que su participación debe fortalecerse.

Por este motivo, desde el Vicerrectorado de Estudiantes, Igualdad e Inclusión de la *Universidad de Almería* se están organizando diversas actividades que permitan la participación de las científicas e investigadoras de la UAL en centros educativos de toda la provincia, con el fin de ayudar a visibilizar el trabajo de las mujeres que se dedican a las áreas STEM (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*), creando así referentes femeninos para la infancia que puedan contribuir a la elección de estas áreas como carreras profesionales.

Las actividades programadas se realizarán durante el período comprendido entre el 11 de febrero y el 8 de marzo, de manera virtual o presencial (siempre que las circunstancias sanitarias lo permitan) [6].

[4] *www.ual.es/universidad/departamentos/matematicas/enlaces-de-interes/iii-jornadas-de-puertas-abiertas*.
[5] *thales.cica.es*.
[6] *www.igualdad.ual.es/index.php/actividades/11febrero-dia-internacional-mujer-nina-ciencia-2022*.

 ISSN 1988-5318

Día Internacional de las Matemáticas 2022

El próximo 14 de marzo se celebra el *Día Internacional de las Matemáticas*, una jornada para poner en alza las enseñanzas y conocimientos matemáticos, así como la figura de todos aquellos que trabajan en este campo.

Este año se ha decidido que el tema sea *«Las matemáticas unen»*, el cual fue propuesto por la universitaria canadiense Yuliya Nesterova, para señalar que las matemáticas es un lenguaje común que todos tenemos y un tema con el que encontrarnos.

Logo

El *Día Internacional de la Matemáticas* fue proclamado por la UNESCO en el año 2019. En muchos países ya se venía celebrando el 14 de marzo (3/14) como el *Día de Pi*, por lo que la resolución de la UNESCO consolida el reconocimiento actual a las matemáticas por su importante papel en ámbitos muy diversos [7].

Premio Nacional de Investigación Julio Rey Pastor para Luis Vega

El *Premio Nacional Julio Rey Pastor* en el área de Matemáticas y Tecnologías de la Información y las Comunicaciones ha recaído en Luis Vega González, catedrático del Departamento de Matemáticas de la Universidad del País Vasco y director científico del Centro Vasco de Matemática Aplicada.

Luis Vega González

El jurado ha destacado su *«impacto científico muy singular en el área de las matemáticas»*, sobre todo en el estudio del análisis armónico para ecuaciones diferenciales dispersivas. Asimismo, ha resaltado la proyección internacional del galardonado y, en definitiva, la contribución de su trabajo científico tanto al ámbito teórico como al práctico de las Matemáticas.

El premio *Julio Rey Pastor* conlleva una dotación de 30 000 euros. Fue instaurado en 2001 y pertenece, junto con otros nueve premios, a los Premios Nacionales de Investigación que son convocados anualmente por el Ministerio de Ciencia e Innovación.

Premios de Investigación Matemática Vicent Caselles 2022

La *Real Sociedad Matemática Española* (RSME) y la *Fundación BBVA* han convocado la octava edición de los *Premios de Investigación Matemática Vicent Caselles*, dirigidos a investigadores en matemáticas menores de 30 años, que hayan realizado su trabajo de investigación en una universidad o centro científico de España.

Bautizados en homenaje a uno de los matemáticos españoles de mayor relevancia internacional en las últimas décadas, profesor en las universidades de Valencia, Islas Baleares y Pompeu Fabra, los *Premios Vicent Caselles* reconocen la creatividad, la originalidad y la excelencia en matemáticas en los primeros años de trayectoria investigadora.

En esta convocatoria se concederán un máximo de seis galardones, cada uno de ellos con una dotación bruta de 2000 euros. El plazo de presentación de solicitudes permanecerá abierto hasta las 14:00 horas del 28 de febrero de 2022 [8].

Lectura de tesis doctoral en el Departamento de Matemáticas

José Fulgencio Gálvez Rodríguez, miembro del área de Estadística e Investigación Operativa, defendió su tesis doctoral titulada *Funciones de distribución y medidas de probabilidad en estructuras topológicas*, dirigida por Miguel Ángel Sánchez Granero.

José Fulgencio Gálvez defendiendo su tesis

El doctorando realizó su defensa el 1 de diciembre, en un acto público que se celebró simultáneamente de manera presencial y telemática, obteniendo la calificación máxima de Sobresaliente Cum Laude.

[7] *idm314.es*.
[8] *www.fbbva.es/premios/premios-investigacion-matematica-vicent-caselles-2022*.

ISSN 1988-5318

Nos visitaron. . .

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a: Willian Cintra da Silva, de la Universidad de Brasilia (Brasil); Michel Dubois-Violette, de la CNRS Université Paris-Saclay (Francia); Ramón Ferri García, de la Universidad de Granada; Abdenacer Makhlouf, de la Université Haute-Alsace de Mulhouse (Francia); Francisco Marcellán, de la Universidad Carlos III de Madrid; Sonia Luisa Rueda Pérez, de la Universidad Politécnica de Madrid y Juan Carlos Trillo Moya, de la Universidad Politécnica de Cartagena.

Preguntas frecuentes

Durante un curso académico, ¿cuántas convocatorias de examen tengo para aprobar una asignatura de una titulación de Grado?

Según el *Reglamento de Evaluación y Calificación de los Estudiantes*de la *Universidad de Almería*, un estudiante tiene derecho por asignatura y curso académico a dos convocatorias de evaluación: una convocatoria ordinaria y otra extraordinaria. Las fechas de estas convocatorias las fijan los centros según los periodos de exámenes que se establecen en el calendario académico oficial y se pueden consultar antes del periodo oficial de matrícula.Una vez finalizado el periodo de exámenes de la convocatoria ordinaria tendrá lugar el periodo de exámenes de la convocatoria extraordinaria.

En este curso académico, para las asignaturas del primer cuatrimestre, el periodo de exámenes de la convocatoria ordinaria tiene lugar durante el mes de enero y el de la convocatoria extraordinaria a finales del mes de enero y principios de febrero. Para asignaturas anuales y del segundo cuatrimestre estas dos convocatorias tienen lugar durante el mes de junio y primeros días de julio.

Además, se establece una convocatoria para finalización de estudios destinada a estudiantes a los que les falte un total de 24 créditos (o menos) o un máximo de tres asignaturas para terminar sus estudios. Esta convocatoria se celebrará en el periodo fijado para ello en el calendario oficial de exámenes y el derecho a examen se debe solicitar expresamente.

Y en total, durante mi vida académica, ¿cuántas veces como máximo puedo presentarme al examen de una asignatura del Grado hasta aprobarla?

Los estudiantes tienen derecho a 6 convocatorias por asignatura. De manera excepcional, el Rector podrá conceder una convocatoria más a petición del estudiante. Las convocatorias en las que el estudiante figure como «No presentado» no cuentan. En los casos de extinción de estudios, cuando corresponda la adaptación de estudiantes a unos nuevos estudios, las convocatorias agotadas en los estudios anteriores no computarán.

Si en la fecha de la convocatoria de examen de una asignatura me encuentro con COVID, ¿pierdo esa oportunidad de presentarme al examen de la asignatura?

Según la instrucción del Vicerrectorado de Ordenación Académica, de fecha de 7 de enero de 2022, para la convocatoria de exámenes de asignaturas del primer cuatrimestre del curso académico 2021/22 de las titulaciones de Grado, los estudiantes que sean positivos por COVID-19 y no puedan asistir al examen de la convocatoria ordinaria, podrán examinarse en los plazos fijados para la convocatoria extraordinaria (del 28 de enero al 8 de febrero).

Para dichos estudiantes, esta convocatoria se considerará ordinaria a efectos de actas, de manera que si suspendiesen la asignatura, podrán solicitar un nuevo llamamiento extraordinario por incidencia COVID-19 que tendrá lugar en la fecha que establezcan los centros, del 14 al 26 de febrero.

En el caso de que sea en la convocatoria extraordinaria cuando el estudiante no pudiese asistir, por ser positivo por COVID-19 en el periodo que comprende los siete días anteriores a la fecha y hora de inicio del correspondiente examen de la convocatoria extraordinaria, el estudiante podrá acogerse también al llamamiento extraordinario del 14 al 26 de febrero.

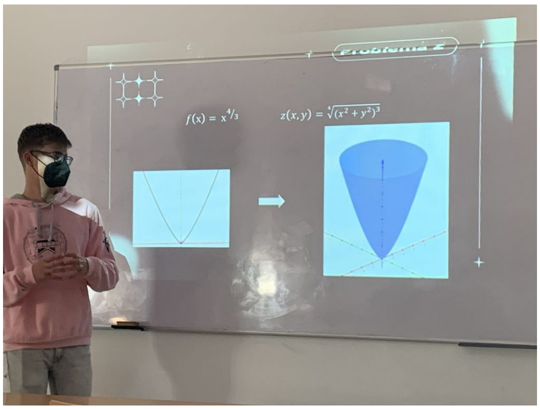
ISSN 1988-5318

ENSEÑANZA SECUNDARIA

Una propuesta didáctica para el Área de Ciencias

Francisco Javier Soler Rico
Helena García Villafranca
Cristóbal Giménez Parra
IES El Palmeral (Vera, Almería)

Desde el Área de Ciencias del *IES El Palmeral* de Vera se está ofertando al alumnado de 2.º de Bachillerato de Ciencias trabajos de investigación que afectan simultáneamente a dos asignaturas. Queremos que vean la ciencia como un conjunto interrelacionado de disciplinas, en las que existe un proceso bien definido que surge de la aplicación del método científico: una base teórica que tiene una aplicación práctica real, tanto en resolución de problemas como en la realización de experiencias.



El alumnado se enfrenta de manera directa a las problemáticas que surgen en la investigación y, además, observa cómo unas materias «beben» de otras. Pretendemos que tenga autonomía tanto a nivel de investigación como organizativo. Así el estudiante se acostumbra a preparar trabajos a largo plazo, con responsabilidad y autosuficiencia, siendo capaz de defender su resultado delante de compañeros o de un tribunal evaluador. Esta formación le será de utilidad en su futura vida universitaria.

Por otro lado, la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, establece en el artículo 33, que el Bachillerato tiene que contribuir a desarrollar en los alumnos las capacidades que le permitan alcanzar el objetivo de

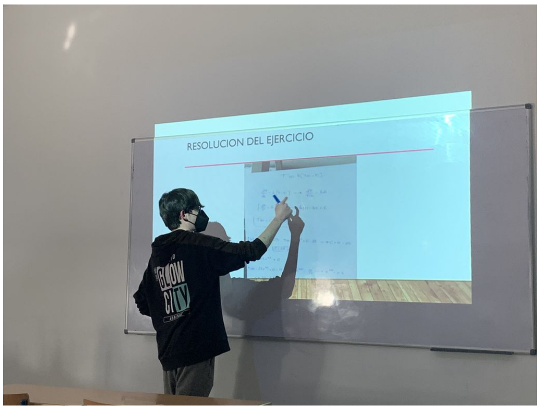
> *«Comprender los elementos y procedimientos fundamentales de la investigación y de los métodos científicos. Conocer y valorar de forma crítica la contribución de la ciencia y la tecnología en el cambio de las condiciones de vida, así como afianzar la sensibilidad y el respeto hacia el medio ambiente».*

Y, en el artículo 35 de dicha Ley, sobre los principios pedagógicos, leemos en el punto uno que *«Las actividades educativas en el bachillerato favorecerán la capacidad del alumno para aprender por sí mismo, para trabajar en equipo y para aplicar los métodos de investigación apropiados»* y, en su punto dos, *«Las Administraciones educativas promoverán las medidas necesarias para que en las distintas materias se desarrollen actividades que estimulen el interés y el hábito de la lectura y la capacidad de expresarse correctamente en público»*.

Estos principios educativos, junto a la necesidad de desarrollar las competencias clave entendidas como las capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos, se fueron repitiendo en los desarrollos legales posteriores como el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria y del Bachillerato o el Decreto 110/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Con todo ello en mente, en el curso 2011/2012, el departamento de Matemáticas del *IES El Palmeral* al realizar la programación para el Bachillerato se planteó proponer actividades interdepartamentales que respondiesen a estas exigencias.

Con el fin de trabajar de forma integradora con el resto de departamentos se llevó a la Coordinación del Área de Ciencias de nuestro Centro la sugerencia de proponer alguna actividad que implicase investigación, aplicación de los contenidos aprendidos en situaciones problemáticas y la exposición de las conclusiones.



Se propuso a los departamentos que integraban el Área de Ciencias la realización de trabajos monográficos que implicasen a más de un departamento para el alumnado de Bachillerato. Esta idea se acabó llevando a la práctica en 2.º de Bachillerato e implicándose los departamentos de Física y Química, Biología y Geología y Matemáticas. Desde entonces, todos los cursos se ofertan trabajos de Física y Matemáticas, de Biología y Química y, cuando la

ISSN 1988-5318

oferta académica cursada lo permite, de Física y Química, para profundizar sobre una propuesta concreta.

De forma general, los tiempos manejados para los trabajos son los siguientes:

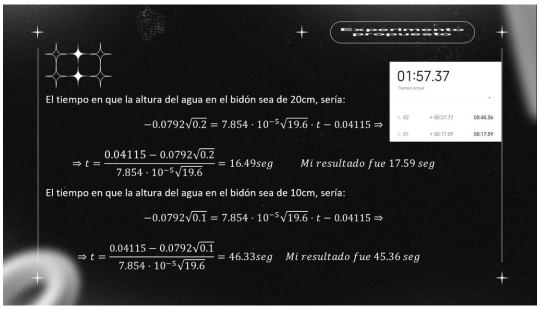
- La propuesta se realiza en noviembre a todo el alumnado de 2.º de Bachillerato de Ciencias y cada estudiante puede optar a hacer un trabajo que trate sobre materias que esté cursando.
- Los alumnos/as que deseen realizarlos deben inscribirse antes de una fecha límite, que suele fijarse a principios de marzo.
- Los trabajos se pueden realizar individualmente o en parejas, siendo esto último lo más habitual.
- La exposición de los mismos se realiza antes de las sesiones de evaluación de mayo, aproximadamente a mediados o finales de abril, con la idea de no coincidir con la época de exámenes de la tercera evaluación.
- Las fechas de las exposiciones se informan con la suficiente antelación para que los participantes puedan prepararlas adecuadamente.

Para realizarla se forma un grupo de profesores/as (cuatro o cinco) que incluye a los/as que imparten las asignaturas afectadas por los trabajos que se vayan a evaluar y se completa con otros profesores/as de los departamentos implicados. Si algún alumno/a inscrito decide retirarse y no hacer la exposición se admite sin que tenga ninguna penalización.

La realización del trabajo es tarea íntegra de los alumnos/as inscritos/as: no se les aporta ninguna ayuda ni material, únicamente el título de la investigación y una hoja con los problemas propuestos. Toda la información necesaria para la investigación debe ser recabada por los autores. Tienen total libertad para conducir la investigación por donde crean más conveniente.

La evaluación se hace teniendo en cuenta exclusivamente la exposición oral del trabajo elaborado. La exposición puede apoyarse en recursos tecnológicos (presentaciones, vídeos, pizarra digital o tradicional), pero todo el razonamiento debe ser expuesto en dicho acto presencial. En el supuesto de que el trabajo sea realizado por dos personas, ambas deben participar en la exposición de forma equilibrada.

Para realizar la exposición del trabajo se dispone de 25 minutos y, al finalizar la exposición, los profesores/as que evalúan pueden hacer preguntas sobre el trabajo realizado (durante 5 minutos). El alumno o la pareja pueden utilizar un guion de una extensión máxima de una página. La calificación es la media aritmética de los profesores del tribunal, siendo la puntuación máxima del trabajo de 1 punto, que se sumará a la calificación final de cada una de las dos materias concernidas en el trabajo presentado. Hay una limitación: esta subida de nota sólo se aplica sobre una nota mínima de 5 (no se podrá utilizar esta subida de calificación para alcanzar el aprobado).



Para poder explicar más en detalle nuestra propuesta didáctica, tomaremos como referencia el trabajo realizado conjuntamente por el alumnado de las materias de Física y Matemáticas en el curso 2020/21. Estos trabajos, tradicionalmente, han tenido dos partes: primero, hacer una aproximación teórica a la cuestión planteada, y después resolver dos o tres problemas de aplicación. Pero, hace dos cursos, nos pareció muy interesante la idea de llevar los aprendizajes hasta el nivel de la observación experimental y analizar las conclusiones obtenidas. Así, el último trabajo propuesto para el alumnado que cursa Física y Matemáticas pedía:

- Realizar una introducción teórica a las ecuaciones diferenciales, motivando su necesidad en la resolución de problemas físicos, dando su definición, explicando el concepto de ecuación diferencial de primer orden,

 ISSN 1988-5318

de solución general y de solución particular de una ecuación diferencial de primer orden y poniendo algún ejemplo de resolución de ecuaciones diferenciales de variables separadas.

- Resolver, utilizando ecuaciones diferenciales, los dos problemas siguientes:
    1. En virtud de la *ley de enfriamiento de Newton*, la velocidad de enfriamiento de un cuerpo al aire libre es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el medio ambiente. Entonces, si un tarro de crema, inicialmente a 25°C se va a enfriar colocándolo en el porche donde la temperatura es de 0°C. Y comprobamos que la temperatura de la crema ha descendido a 15°C en después de 20 minutos. ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que esté a 5°C?
    2. Un tanque de agua tiene la forma que se obtiene al hacer girar la curva $f(x) = x^{4/3}$ alrededor del eje Y. Se retira un tapón que está en el fondo cuando la profundidad del agua en el estanque es de 3,66 metros. Pasada una hora, la profundidad del agua es de 1,83 metros. ¿A qué hora estará vacío el tanque?
- Relatar el diseño de un experimento que reproduzca una situación similar a alguna de las planteadas en los problemas y hacer una comparación entre los resultados experimentales y los obtenidos por las predicciones teóricas.

La exposición del trabajo se realizó el día 22 de abril y se presentaron dos parejas y dos alumnos individualmente. Las presentaciones, globalmente, se desarrollaron del siguiente modo:

- La parte teórica inicial se abordó con bastante profundidad, superior a la pedida en el enunciado. Se incluyeron ejemplos de diversos tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Los problemas se resolvieron en todos los casos con absoluta corrección, explicando el planteamiento y desarrollando de forma justificada todo el proceso.
- Todas las exposiciones presentaron un ejemplo acorde con lo pedido en el trabajo, pero dos de ellos se basaron en datos tomados de ejemplos recogidos de Internet. Por eso, destacamos los otros dos: uno basado en el enfriamiento de un líquido y el otro en el vaciado de un tanque. Plantearon el problema adaptado a su experimento y realizaron los cálculos con los datos iniciales de su situación concreta y con los que iban obteniendo en el experimento.

  A pesar de las dificultades debidas a los aparatos de medida utilizados y de las circunstancias concretas (por ejemplo, el depósito que se supuso como un prisma de base cuadrada no era perfectamente cuadrangular), obtuvieron resultados experimentales similares a los esperados según los cálculos con el modelo teórico. Argumentaron las posibles causas de los desfases, lo cual implica una profunda reflexión crítica del trabajo realizado, y explicaron en ambos casos que repitieron muchas veces los experimentos para ver de que podían depender los errores que encontraban.

Consideramos que la experiencia ha sido mejor que en los años anteriores por la calidad de algunos de los trabajos presentados y, sobre todo, por el detalle con que se ha afrontado la concreción real del modelo presentado en los problemas. Y proponemos que esta experiencia continúe por las siguientes razones:

- El 46 % del alumnado de ciencias de 2.º de Bachillerato ha realizado alguna de las investigaciones propuestas.
- Su función propedéutica de cara a los estudios universitarios a los que se encaminan casi la totalidad del alumnado participante.
- La visión global de proceso de aprendizaje desde la teoría hasta la experimentación lo que exige un esfuerzo de comprensión absoluta de los contenidos trabajados.

■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Challenge: The Earth

Javier Luque Calderón
Marta Sánchez Valverde
IES Carlos III (Aguadulce, Almería)

Every school year, teachers rack our brains trying to improve our teaching methods and skills, trying to improve our teaching results and help our students learn better and thus make their learning experience much more significant. This means that what they learn must be long lasting and accessible when needed, but also helpful to problem solving and enabling them to create new learning experiences.

With this thought in mind, in the school year 2020/2021, we carried out an ambitious initiative at *IES Carlos III*: an advanced STEM course including extended contents for advanced and mix-ability students. We wanted to make it more appealing for female students. For some reason, STEM degrees have been historically more popular among male students, and we sought to change

 ISSN 1988-5318

that perspective.

Furthermore, we aimed at giving the project international projection, which was challenging facing a pandemic and Brexit forcing the UK to leave the EU. Fortunately, ICT and our trust in students' abilities did the trick.

Teachers explaining the challenges

The initial goals were learning how to research, promote critical thinking, encourage team work and problem solving from different perspectives; all the same, the commitment and interest shown by students excelled the expected results.

Our students became young researchers and worked in teams, using corporate tools to communicate. They have been guided by their teachers when needed through tutorials, clues and support resources.

"The Earth" was the main topic; we used it as a common thread to unify all the activities proposed. Our planet is our home in the universe and we wanted students to get to know it better. Therefore, a series of challenges were created and carried out to achieve this purpose.

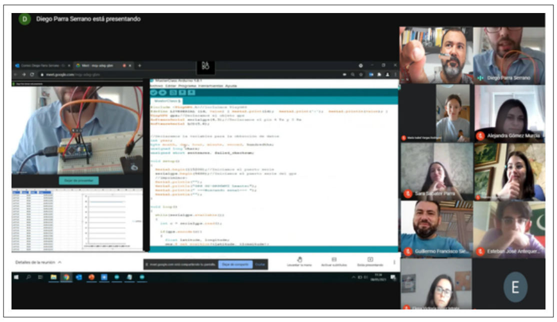
Eratosthenes Experiment

The final task was to replicate the Eratosthenes experiment jointly with a group of young volunteers from Manchester, Liverpool and Bristol. Our students developed their entrepreneurial and linguistic skills, as they were required to contact students in those cities and convince them to carry out the experiment with them. This allowed them to replicate what Eratosthenes did years ago.

Each challenge was based on a case studio that contextualised the task. Students had to research and apply their mathematical knowledge to calculate or simulate, to solve open-ended and close-ended problems. Their results showed how well they had assimilated contents.

Challenges carried out:

- Phileas Fog:
  - The Earth and its place in the universe.
  - Universal standard Time.
  - Money value.
  - Borsuk-Ulam theory.
  - Amudsen-Scott base.
  - Magallanes-El Cano.
  - Solar declination.
  - Photovoltaic Solar panel simulation using Geogebra.
  - Sea currents and tides analysis of Almeria coasts.
  - Bathymetry in Magallanes era.
  - Maritime traffic in the Suez Canal and its alternative route through North-East Arctic.
  - Cartographic Projections using Google Earth.
- GPS Navigation:
  - Fractals. Calculating Roquetas de Mar dimension using fractals.
  - Koch snowflake (Koch curve).
  - Fractal architecture. Designing models using Qcad.
  - Voronoi regions. Simulating school areas in Almería using Geogebra.
- Data caption using GPS:
  - Using Arduino sensors.
  - Programming GPS sensors (masterclass).



Masterclass: building a GPS

  - Haversine formula.
  - Reference systems.
  - General relativity and trilateration.

- Eratosthenes experiment.
- Exchanging results with other schools in the UK.
- Data analysis to calculate the Earth.

The experience has been very gratifying and we all have learnt from one another. The only bad point is that finding another learning experience able to excel this one will be challenging!

Teachers involved in the project:

- Javier Luque Calderón: Technology teacher and coordinator of the Project.
- Guillermo Sierra Tortosa: Maths teacher.
- Marta Sánchez Valverde: English teacher. International Relations.

■

Concurso de problemas

Problema propuesto

En EE. UU. se ha puesto de moda el movimiento FIRE (*Financial Independence Retire Early*) cuya idea principal es trabajar en un trabajo con buen sueldo durante unos años y «jubilarse» joven (por ejemplo, a los 35 o 40 años).
Veamos si es posible, asumiendo muchas simplificaciones.
Supongamos que un matemático en EE. UU. puede conseguir un trabajo donde gane un sueldo neto de 70 000 dólares al año y es capaz de ahorrar (tal y como propone el movimiento FIRE) un 70 % de su sueldo. Supongamos que el estilo de vida que lleva, gastando 21 000 dólares al año, es satisfactorio y quiere seguir con ese estilo de vida una vez que deje de trabajar. Supongamos que invierte todo lo ahorrado en un fondo que replica al índice de la bolsa americana S&P500 (por ejemplo, puede usar el ETF SPY) y que la rentabilidad anual compuesta del S&P500 durante los próximos años es similar a la que ha tenido desde 1871 hasta hoy, es decir, de un 8,78 % descontando la inflación.

1. ¿Cuántos años necesita trabajar para poder vivir sin trabajar y vivir de sus ahorros/inversiones durante tantos años como viva? Ten en cuenta que necesita 21 000 dólares al año que tiene que sacar de sus inversiones y, como no sabe cuánto va a vivir, lo plantea de forma que pueda vivir eternamente.
2. ¿Cuántos años necesitaría si se quiere «jubilar» con un sueldo de 40 000 dólares?
3. ¿Cuántos años necesitaría trabajar un europeo que pueda conseguir un sueldo neto de 40 000 euros al año, pueda ahorrar un 50 % de su sueldo y se quiera jubilar con 20 000 euros de pensión?

Si nos envías tu solución a este problema *puedes obtener* un estupendo *reloj inteligente (smartwatch)* y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico bmatema@ual.es *hasta el 18 de abril*.
Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318

Resultado del concurso del número anterior

Anjana García

En esta edición el jurado ha otorgado el premio a la solución presentada por Anjana García García, estudiante de 1.º de ESO del *IES Carlos III* de Aguadulce.

Problema propuesto en el número anterior

Supongamos 12 puntos $A, B, C\dots$ en el plano, de forma que no haya 3 que estén alineados.

1. ¿Cuántas rectas podemos trazar de forma que cada una pase por 2 de esos 12 puntos?, ¿cuántas pasan por el punto A?
2. ¿Cuántos triángulos podemos trazar que tengan sus vértices en los puntos señalados?, ¿cuántos de ellos tienen al punto A entre sus vértices?
3. ¿Cuántas rectas, como máximo, pueden cortarse en un mismo punto del plano distinto de los 12 de partida?

Solución:

1. Supongamos que cada letra está colocada en la hora de un reloj. Por cada hora pasa una recta que va a las otras once horas. Como son 12 puntos, tendríamos un total de 12×11 rectas. Pero hay que tener en cuenta que entre 2 horas hemos contado 2 rectas, la que va por ejemplo del punto A al punto F, y la que va en el otro sentido, de F hasta A.

   Así que el número de rectas es la mitad, $\frac{12\times 11}{2} = 66$ rectas las que podemos trazar de forma que cada una de ellas pase por 2 de los 12 puntos.

   Como ya hemos dicho al principio, por cada hora (punto A) pasan 11 rectas.

2. Para hallar los triángulos partimos de cada una de las rectas del apartado anterior. En cada recta tenemos un lado de un triángulo entre los dos puntos por los que pasa. Si ese lado lo unimos con cualquiera de los otros 10 puntos restantes, tenemos un triángulo por cada recta. Por lo que el número de triángulos sería el número de rectas multiplicado por 10.

   Como 3 lados de 3 rectas distintas nos dan el mismo triángulo, hay que dividir ese total entre 3. Así que el resultado es $\frac{66\times 10}{3} = 220$ triángulos se pueden trazar que tengan sus vértices en los puntos señalados.

   Para contestar a la segunda pregunta de este apartado necesitamos saber cuántas rectas no pasan por el punto A, porque si esas rectas las uniéramos con el punto A, no estaríamos haciendo un triángulo sino una recta. Así que la solución sería que 66 rectas que teníamos al principio, menos 11 que pasan por A, serían 55 los triángulos que tienen al punto A entre sus vértices.

3. Si por un punto pasa una recta, esa recta debe tener 2 puntos de los iniciales, si otra recta también pasa por ese punto, también contendrá 2 puntos de los iniciales distintos a los anteriores, ya que no están alineados. Si repetimos el proceso, al llegar a 6 rectas habremos utilizado los 12 puntos iniciales. O sea, es 6 el máximo de rectas que pueden cortarse en un mismo punto del plano distinto de los 12 de partida.

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

A hombros de gigantes

Enrique de Amo Artero
Universidad de Almería

¿Es imprescindible sustentar nuestras aportaciones en sabios que nos precedan? Pareciera así que la responsabilidad individual, por un posible error de nuestra teoría, fuese menor. Al profesional de las matemáticas no se le escapa que, detrás de cada resultado, hay toda una trayectoria que arranca más o menos lejos en el tiempo, aunque culmine con un enunciado que se referencia y concreta en el nombre de una persona y en un momento dado.

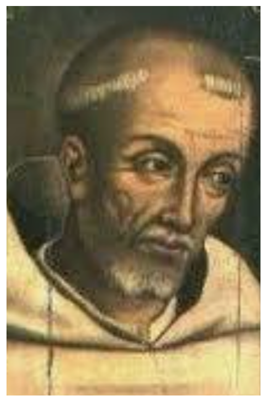
No hay teorema matemático que no esté convenientemente bautizado y referido a algún antepasado de modo que, simultáneamente, nos sugiere su contenido sin confusión a la vez que cobra importancia al estar referido a una figura clave en la historia de esta disciplina. Es más, algunos resultados son bautizados en diferentes lugares del planeta con más de un nombre, ya sea por aportaciones que superan versiones seminales, o porque se obtuvieron independientemente por escuelas matemáticas distintas.

Por ejemplo, la conocidísima *desigualdad de Cauchy-Schwarz* es una buena muestra de ambos hechos: con su origen en los espacios euclídeos, con Lagrange y Cauchy, hasta los espacios de Hilbert, con Schmidt en el espacio de las sucesiones de cuadrado sumable y von Neumann dando su forma general, pasando por Bunyakovski y Schwarz en su forma integral, nos retrata qué pueden dar de sí dos

 ISSN 1988-5318

siglos de trabajo colectivo. (Véase [3, p. 11])

Esta nota que hoy presentamos en nuestro Boletín no pretende más que sugerir, en cada una de las personas que la leamos, una predisposición a redescubrir las matemáticas, y la ciencia en general, como una actividad esencialmente humana que no es sino el acúmulo de aportaciones individuales al trabajo de todo un colectivo que trasciende a cada uno de sus miembros. Su título es de uso consuetudinario: libros de Umberto Eco, de Stephen Hawking, o de Robert K. Merton, y programas de radio (en RNE, Radio5), pueden ser ejemplos suficientes para no extendernos más.

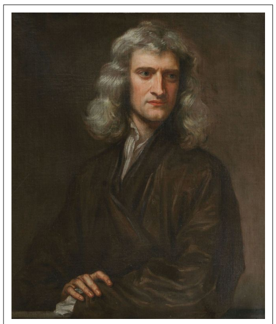


Bernardo de Chartres

Aunque cualquier científico británico que se precie no dudará en asignar a sir Isaac Newton la frase *«Si he logrado ver más lejos es porque he subido a hombros de gigantes»*, es indudable que esta se remonta, al menos, a Bernardo de Chartres, teólogo y filósofo bretón que vivió en los siglos XI y XII, siendo Juan de Salisbury (en su *Metalogicon*, 1159), quien la pone en boca de aquel.

Una versión anterior, que tampoco ha de ser la seminal, es la que aporta el simpático libro de Merton [2, p. 28]: *«Un enano encaramado a hombros de un gigante puede ver más lejos que el propio gigante»*, ligera versión de la que se cita bajo la autoría de De Chartres. Lo que sí es innegable sobre Bernardo es su extraordinario papel jugado en los orígenes del diálogo entre fe y ciencia, siendo suya la frase *«el enemigo del hombre es la ignorancia, su amigo es el saber»*.

Es muy razonable entender una Historia del Saber marcada por hitos, por saltos cualitativos que señalan momentos relevantes que muy bien pueden y deben quedar localizados, como referentes de progreso de nuestro bagaje como especie animal, en la comprensión de la realidad que nos rodea.



Isaac Newton

Olvidar a Pitágoras (569–475 a. C.), como origen de una matemática pura genuina, o a Newton (1643–1727) como padre del Cálculo Infinitesimal, además de injusto, sería poco útil para comprender el mundo que nos rodea y nuestro caminar en él como especie: sus aportaciones marcan fechas en las que se descubren umbrales de conocimiento que suponen saltos, discontinuidades, en esa Historia del Saber. Atribuir méritos a individuos de nuestra propia especie es también una forma de fortalecernos. *«La ciencia es una aventura colectiva, y si con tanta frecuencia nos empeñamos en buscar héroes individuales, personajes totémicos que jalonen el devenir de la historia del conocimiento humano es, simplemente, por ese afán mitómano que nos une a todos los miembros de la especie Homo sapiens»*, nos dice J. Alcalde en *La Razón* (20/10/2018).

El gigante ciego Orión lleva a hombros a su sirviente Cedalión para que le sirva de guía

En otras ocasiones ha sido un afán personal por borrar huellas del pasado y asignar el logro a científicos de la nueva era un resultado concreto. En [4, p.390], donde el autor se pregunta angustiado por el salto epistemológico dado desde la Antigüedad hasta el s.XVII, podemos ver, entre otras cosas, el afán de Voltaire por borrar cualquier atisbo sobre ideas de la gravitación universal, creando el mito de la caída de la manzana asociada a la serendipia en el genio de Newton. Tal fue la capacidad de absorción de sus aportaciones por la comunidad científica que los faros marítimos, durante los siglos XVIII y XIX, llegaron a llamarse «las torres de Newton».

Pero los saltos epistemológicos sí que se pueden descubrir: hay discontinuidades que suponen rupturas, son un salto al futuro. Por ejemplo, el paso dado en las matemáticas desde las exhausciones (o método exhaustivo, para evitar ese palabro tan común para nosotros como ajeno para la RAE), mediante iteraciones siempre en procesos finitos, hasta la llegada del cálculo infinitesimal con los procesos infinitos, es uno de esos saltos cualitativos. En opinión del historiador de las matemáticas Carl B. Boyer, *«superar los límites impuestos por el infinito es diferencia contrastable entre los métodos infinitesimales de la Antigüedad y la era Moderna»*, fue la gran aportación del Cálculo Infinitesimal.

Pero, y a modo de conclusión, es de evitar la enfermedad endémica de los eruditos que es la pedantería, diagnosticada como «Lecturas excesivas y escasa Comprensión» (Richard Steele). Porque de nada nos servirá ser «Gigantes de la información y enanos del conocimiento», como muy bien señaló el historiador Peter Burke.

Referencias

[1] Carl B. Boyer, *Historia de la matemática*, Alianza Universidad Textos, 1986.

[2] Robert K. Merton, *A hombros de gigantes*, Península, 1965.

[3] Albrecht Pietsch, *History of Banach Spaces and Linear Operators*, Birkhäuser, 2007.

[4] Lucio Russo, *The forgotten Revolution*, Springer, 2003.

■

 ISSN 1988-5318

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Las matemáticas que nos ayudan a lavar la ropa

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

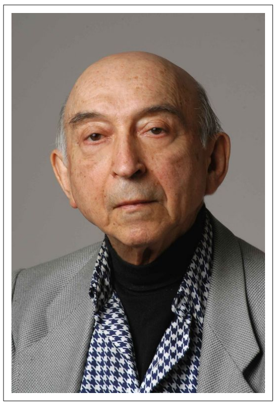
Hace algún tiempo, estando ante el televisor en una de las múltiples pausas publicitarias, un anuncio me llamó especialmente la atención. Se presentaban las excelencias de una lavadora —no recuerdo la marca— y el anuncio finalizaba con la coletilla *«con tecnología fuzzy logic»*.

Pensé, como estrategia de mercadotecnia suena muy bien. Al potencial cliente de este producto debe parecerle que algo que se basa en «fuzzy logic» debe ser muy, pero que muy bueno.

Uno, que en su tesis doctoral estuvo muy ligado al mundo de la *fuzzy logic* o *lógica difusa* —o borrosa, según la traducción que se prefiera—, no puede por menos que interesarse en el grado de veracidad que tiene dicha afirmación publicitaria, así que investigué un poco.

Antes de continuar, veamos someramente la idea básica sobre la que se construye la *lógica difusa* [9].

Los que crecimos viendo *Barrio Sésamo* recordamos con cariño aquellos personajes que nos explicaban los conceptos de arriba–abajo, izquierda–derecha o dentro–fuera.



Lotfi A. Zadeh

Pues bien, a mediados de los años 60 del siglo pasado, a Lotfi A. Zadeh (1921–1997), profesor de la *Universidad de Berkeley*, se le ocurrió una idea, a la vez sencilla y genial, que ha dado origen a toda una teoría enormenente productiva en diferentes ámbitos del conocimento: ¿es posible graduar el grado de pertenencia a un conjunto?

Dicho de otra forma, ¿es posible modificar el paradigma lógico de verdadero–falso por un concepto más flexible?

Veamos la idea de Zadeh con algunos ejemplos sencillos.

Si preguntamos a alguien: ¿has nacido en Almería?, solo caben dos respuestas: si o no. O se ha nacido en Almería o no, no hay otra alternativa. Pero si queremos modelar una situación del tipo: ¿eres alto?, podríamos decir: a partir de 1,85 lo consideramos alto y antes, bajo.

Esta solución no es muy satisfactoria para modelar esta cuestión. Es difícil justificar que una persona de 1,84 es bajo y una de 1,86 es alto.

Para abordar situaciones de este tipo, donde hay vaguedad o imprecisión, Zadeh propuso que en lugar de utilizar una función de tipo 0–1, usar una *función de pertenencia* que tomara valores de forma continua en el intervalo $[0,1]$ y que graduara el grado de pertenencia a un determinado conjunto.

De una forma gráfica, podríamos imaginarnos un conjunto donde ya no hay una frontera nítida que establezca la pertenencia de un elemento o no, sino que esa frontera estará, de alguna forma, difuminada.

Como ejemplo sencillo de una función de pertenencia vamos a modelar la pertenencia al conjunto *«ser adolescente»* desde un punto de vista de la lógica difusa.

Según la RAE, la adolescencia es el *«período de la vida humana que sigue a la niñez y precede a la juventud»*. Esa definición es muy vaga pues no precisa edad alguna. Si buscamos un poco más, la *Organización Mundial de la Salud* establece que una persona es adolescente si tiene entre 10 y 19 años.

Desde un punto de vista clásico, podríamos modelar esta situación utilizando la función

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 10 \leq x \leq 19, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

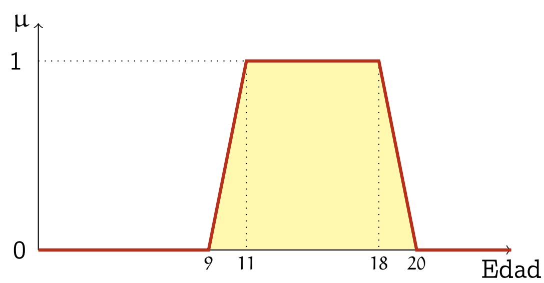
siendo x la edad del individuo.

Con esta modelización, una persona con 9 años, 11 meses y 29 días no es adolescente y una con 10 años y un día, sí lo es.

Podemos ahora intentarlo utilizando la idea de Zadeh graduando la pertenencia al conjunto de los adolescentes. Para ello podemos utilizar, por ejemplo, una función sencilla como de tipo trapezoidal, es decir.

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x-9}{2} & \text{si } 9 \leq x \leq 11, \\ 1 & \text{si } 11 < x < 18, \\ \frac{20-x}{2} & \text{si } 18 \leq x \leq 20, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Gráficamente, esta función a trozos la podemos ver en la siguiente figura:



Así pues, una persona empieza a ser «un poco adolescente» a los 9 años, para serlo totalmente a los 11 y empieza a «dejar der ser adolescente» a los 18 y lo culmina a los 20.

[9] A partir de este momento utilizaré la notación en castellano habitual en lugar del término inglés *fuzzy logic*.

ISSN 1988-5318

Con la base de esta idea primigenia ha surgido una rama del conocimiento, la lógica difusa, que tiene multitud de aplicaciones en muchos campos, tales como la computación, la inteligencia artificial o la ingeniería.

La construcción de dispositivos basados en ideas relacionadas con la lógica difusa suele ser barata pues las operaciones de cálculo involucradas son sencillas y de bajo coste computacional, por lo que no requieren elementos complejos, que son más caros.

Volviendo al título de este artículo, ¿cómo se podría aplicar la lógica difusa en una lavadora?

Una lavadora sencilla suele tener un mecanismo simple en el que hay una serie de programas en los que, fundamentalmente, se estipula la duración del lavado y, a lo sumo, posee un programa de media carga para ahorrar un poco de agua.

Pero, ¿y si podemos controlar el tiempo, la temperatura o la cantidad de detergente utilizado dependiendo de la cantidad o estado de la ropa que hay dentro del tambor?

Un mecanismo basado en lógica difusa podría controlar la graduación de esas acciones en función de la cantidad de ropa que tengamos que lavar, incluso podría modificar los parámetros de lavado dependiendo de variables consideradas durante todo el ciclo de lavado.

Este tipo de sensores son baratos y permiten, no solamente lavar nuestra ropa mejor, sino mejorar la eficiencia del proceso pues de esta forma se ahorraría agua, detergente, tiempo y electricidad.

En la actualidad hay varios modelos en el mercado que disponen de esta tecnología que mejora las prestaciones de sus aparatos. ■

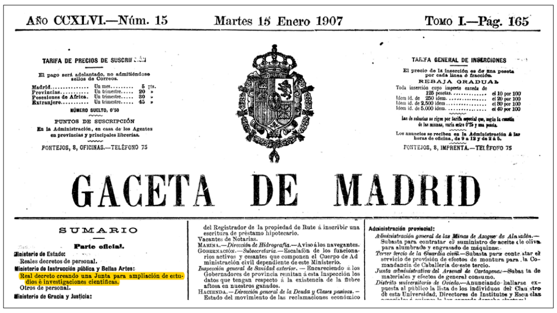
MUJERES Y MATEMÁTICAS

Mujeres matemáticas pensionadas por la Junta de Ampliación de Estudios

Juan Núñez Valdés
Universidad de Sevilla

Isabel María Ortiz Rodríguez
Universidad de Almería

La *Junta para Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas* (JAE) se creó en España en 1907 de acuerdo con las directrices de la *Institución Libre de Enseñanza*. Su objetivo era impulsar la ciencia en nuestro país y, al mismo tiempo, preparar un buen profesorado que garantizara una enseñanza de calidad a los estudiantes, preferentemente universitarios. Fue presidida por Santiago Ramón y Cajal, y suprimida con motivo de la Guerra Civil.


AÑO CCXLVI.—Núm. 15 Martes 15 Enero 1907 TOMO I.—Pág. 165

TARIFA DE PRECIOS DE SUSCRIPCIÓN

El pago será adelantado, no admitiéndose sellos de Correos.

Madrid.......... Un mes.......... 5 pts.
Provincias.......... Un trimestre.......... 20 »
Posesiones de Africa. Un trimestre.......... 30 »
Extranjero.......... Un trimestre.......... 45 »

NÚMERO SUELTO, 0'50

PUNTOS DE SUSCRIPCIÓN

En la Administración, en casa de los Agentes en provincias y principales librerías.

FONTEJOS, 8, OFICINAS.—TELÉFONO 75

TARIFA GENERAL DE INSERCIONES

El precio de la inserción es de una peseta por cada línea ó fracción.

REBAJA GRADUAL

Toda inserción cuyo importe exceda de 125 pesetas.......... el 10 por 100
Idem íd. de 250 ídem.......... el 20 por 100
Idem íd. de 2.500 ídem.......... el 30 por 100
Idem íd. de 5.000 ídem.......... el 40 por 100

Las de subastas se rigen por tarifa especial que, según la cuantía de las mismas, varía entre 0'25 y una peseta.

Los anuncios se reciben en la Administración á las horas de oficina, de 9 á 12 y de 2 á 5.

FONTEJOS, 8, IMPRENTA.—TELÉFONO 75

GACETA DE MADRID

SUMARIO

Parte oficial.

Ministerio de Estado:
Reales decretos de personal.
Ministerio de Instrucción pública y Bellas Artes:
Real decreto creando una Junta para ampliación de estudios é investigaciones científicas.
Otros de personal.
Ministerio de Gracia y Justicia:

del Registrador de la propiedad de Rute á inscribir una escritura de préstamo hipotecario.
Vacantes de Notarías.
MARINA.—*Dirección de Hidrografía*.—Aviso á los navegantes.
GOBERNACIÓN.—*Subsecretaría*.—Escalafón de los funcionarios activos y cesantes que componen el Cuerpo de Administración civil dependiente de este Ministerio.
Inspección general de Sanidad exterior. — Encareciendo á los Gobernadores de provincia remitan á esta Inspección los datos que tengan respecto á la existencia de la fiebre aftosa en nuestros ganados.
HACIENDA.—*Dirección general de la Deuda y Clases pasivas*.—Estado del movimiento de las reclamaciones económico

Administración provincial:
Administración general de las Minas de Azogue de Almadén.—Subasta para contratar el suministro de aceite de oliva para alumbrado y engrasado de máquinas.
Tercer tercio de la Guardia civil.—Subasta para contratar el servicio de provisión de efectos de montura para la Comandancia de Caballería de este tercio.
Junta administrativa del Arsenal de Cartagena.—Subasta de materiales y efectos de general consumo.
Distrito universitario de Oviedo.—Anunciando hallarse expuesta al público la lista de los individuos del Claustro de esta Universidad, Directores de Institutos y Escuelas

Creación de la JAE

En relación con la formación del profesorado se pusieron en práctica varias ideas, muchas de ellas novedosas en aquel tiempo, como, por ejemplo, establecer un sistema de «pensiones» (el equivalente a las actuales becas), destinadas a cubrir los gastos de viaje, alojamiento y formación de los pensionados en el extranjero, dándoles la posibilidad de conocer nuevos métodos de enseñanza y avanzar en sus investigaciones. Los destinos principales fueron Alemania y Francia y, en menor medida, Suiza, Bélgica, Italia, Gran Bretaña e incluso EE. UU.

La JAE concedió 10 552 pensiones, siendo 2162 (el 20,5 %) asignadas a mujeres. La mayoría de esas mujeres eran licenciadas en Filosofía y Letras o Maestras, aunque también las había pertenecientes al campo de Ciencias de la Salud y licenciadas en carreras científico-técnicas. Se concedieron 169 pensiones para ampliación de estudios en las materias de Matemáticas, Física y Química, de las que 21 (el 12,4 %) fueron para mujeres.

En este artículo daremos unos breves datos biográficos sobre las dos únicas mujeres licenciadas en Matemáticas y pensionadas por la JAE. Se puede ampliar información en las referencias y en el artículo publicado por Isabel Marrero en el volumen IV, número 2, de este Boletín.

María Capdevila D'Oriola

María Capdevila *(1905–1993)*

María Enriqueta Teresa Montserrat Capdevila D'Oriola nació en Cabestany (Francia) el 6 de agosto de 1905, fue la primera mujer que llegó a ser catedrática de Instituto de Matemáticas en España.

Se licenció en Matemáticas en la *Universidad de Barcelona* en 1928 y este mismo año fue nombrada catedrática interina de Matemáticas del Instituto de Zafra (Badajoz). Dos años después obtuvo por oposición la cátedra de Lengua y Literatura Francesas, siendo destinada al Instituto de Alcoy (Alicante). Volvió a opositar en 1933 y ganó la cátedra de Lengua y Literatura Francesas del Instituto de Figueras (Girona).

Entre medio de esos años, en 1931, fue becada por la JAE durante nueve meses para estudiar teoría de funciones

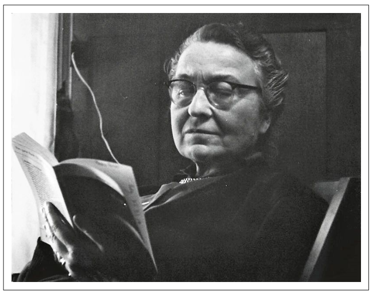
 ISSN 1988-5318

y los espacios de Hilbert en el Seminario de Matemáticas de la *Universidad de la Sorbona*, en París, con el profesor Gastón Juliá. Su intención al solicitar esa pensión era acabar sus estudios de Doctorado y defender su tesis doctoral en la *Universidad Central* de Madrid, pero finalmente no lo pudo conseguir y siempre lo lamentaría (esta última información sobre la tesis, proporcionada al autor por José María Gallart Capdevila, hijo de María Capdevila, contradice la que se indica en la referencia [2]).

María Capdevila también participó en la docencia universitaria. En el curso 1931/32 fue contratada como profesora auxiliar de Astronomía General y Física del Globo en la Facultad de Ciencias de la *Universidad de Barcelona*, convirtiéndose de esa forma en la primera mujer profesora de Matemáticas de ese centro.

Desafortunadamente, la Guerra Civil interrumpió su carrera y a su final fue sometida a un proceso de depuración, aunque afortunadamente para ella pudo recuperar en 1940 su plaza de catedrática de Instituto en Figueras. Se jubiló como catedrática del *Instituto Jaume Balmes* de Barcelona y falleció en esta ciudad en 1993.

María del Carmen Martínez Sancho



Mª Carmen Martínez (1901–1995)

Nacida el 8 de julio de 1901 en Toledo, María del Carmen Martínez Sancho tiene el honor de ser la primera mujer doctora en Matemáticas.

María del Carmen Martínez se matriculó en 1918 en la Facultad de Ciencias de la *Universidad Centra*l de Madrid, el primer curso era común a las licenciaturas de Ciencias, Medicina y Farmacia. En las asignaturas de Matemáticas tuvo como profesores a Cecilio Jiménez Rueda (Geometría Métrica) y a Julio Rey Pastor (Análisis Matemático), quienes la orientaron hacia la rama de Ciencias Exactas, disciplina en la que se licenció en diciembre de 1926. Al año siguiente se doctoró con una tesis titulada *Concepto de función, funciones continuas y semicontinuas, sus propiedades*, dirigida por José María Plans y Freyre (uno de los primeros introductores de la teoría de la relatividad en España).

En el curso 1928/29 obtuvo la cátedra de Matemáticas del *Instituto de Bachillerato de El Ferrol* (A Coruña), siendo nombrada después profesora del *Instituto Infanta Beatriz* de Madrid. Desde ese instituto solicitó por primera vez una beca de la JAE para viajar al extranjero, que le fue denegada, aunque sí obtuvo del Ministerio de Instrucción una licencia de dos meses para viajar a Alemania con un grupo de quince estudiantes del Instituto-Escuela para visitar los centros del país. En esa época también trabajó en el Laboratorio Matemático de la JAE, investigando sobre Geometría diferencial y Series infinitas.

En 1930 le concedieron una pensión de la JAE para realizar estudios de «Geometría multidimensional» en Berlín, donde estuvo veinte meses (fue la primera mujer pensionada en esa ciudad). Durante esta estancia obtuvo una plaza en el *Instituto de Guadalajara*, la permutó por otra en el *Instituto de Ciudad Real* y fue propuesta para el *Instituto-Escuela de Sevilla* donde se incorporó cuando volvió de su estancia de Berlín.

Posteriormente, Carmen obtuvo por oposición una plaza en la *Universidad de Sevilla* para ser auxiliar del profesor Patricio Peñalver Bachiller, catedrático y decano de la Facultad de Ciencias. Estuvo en este puesto hasta su jubilación en el curso 1957/58. Volvió a Madrid y entró a dar clases de forma altruista en el *Colegio Jesús María*, del barrio de Vallecas. Falleció en San Pedro de Alcántara (Málaga) en 1995.

Referencias

[1] Araque Hontangas, N. (2017). *Carmen Martínez Sancho, una pionera de las matemáticas en España: la renovación pedagógica y su relación con la Junta de Ampliación de Estudios*. Pecia Complutense: Boletín de la Biblioteca Histórica «Marqués de Valdecilla» 26, 1–16.

[2] Magallón Portolés, C. (2004). *Pioneras españolas en las ciencias. Las mujeres del Instituto Nacional de Física y Química*. Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid.

[3] Maraver Alonso, R. y Núñez Valdés, J. (2009). *La labor de Carmen Martínez Sancho en el Instituto Murillo de Sevilla: una etapa muy fructífera*. Matematicalia 5 : 1, 1–13.

[4] Núñez Valdés J., Arroyo Castilleja, M. y Rodríguez Arévalo, M.L. (2012). *María Capdevila D'Oriola, pionera de la Matemática española*. Revista Pensamiento Matemático 2, 1–25.

■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Teoría de grafos en redes sociales

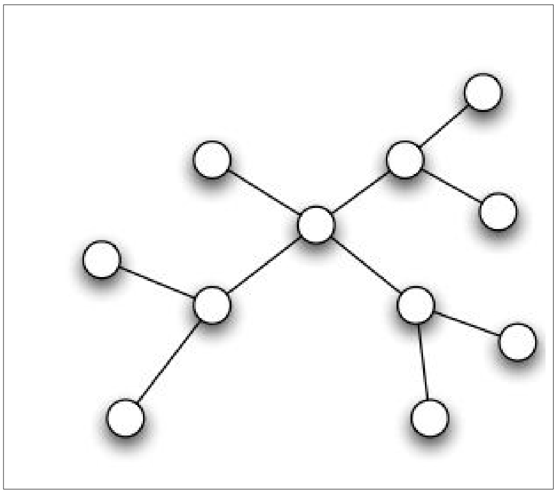
Cristina Rodríguez Perales
Delia Sola Molina
Estudiantes del Grado en Matemáticas en la UAL

¿No te has preguntado alguna vez por qué en tus redes sociales siempre aparecen las publicaciones de tus mejores amigos en primer lugar? o ¿por qué los anuncios que te muestran son de tu interés? Intentemos darle una respuesta a estas cuestiones.

 ISSN 1988-5318

En la actualidad, la teoría de grafos nos permite estudiar nuestras redes sociales y sus comportamientos. Para adentrarnos en este tema veamos algunos conceptos previos.

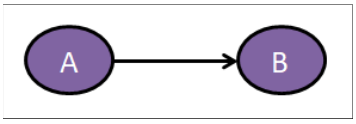
La *teoría de grafos* es una rama de las matemáticas y las ciencias de la computación que estudia las propiedades de los grafos. Un grafo es una estructura matemática que permite modelar problemas de la vida cotidiana mediante una representación gráfica formada por nodos o vértices unidos por aristas o arcos.



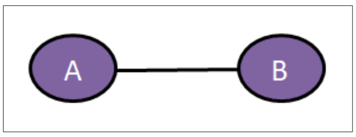
Prácticamente cualquier problema puede representarse mediante un grafo. El primer artículo científico relativo a grafos fue escrito por el matemático suizo Leonhard Euler en 1736 sobre el problema de los puentes de Königsberg.

Los grafos se pueden agrupar de la siguiente forma:

- *Grafo dirigido*: aquel al que se le ha añadido una orientación a las aristas, representada gráficamente por una flecha.



- *Grafo no dirigido*: aquel al que no se le ha añadido una orientación a las aristas.



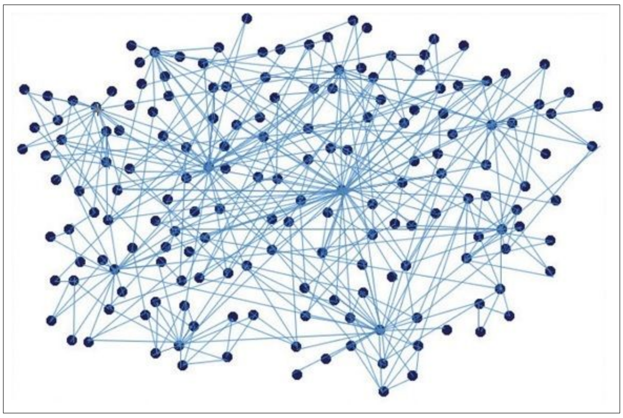
- *Grafo mixto*: puede contener aristas dirigidas y no dirigidas.

La manera de utilizar los grafos para el tratamiento de la información que generan las redes sociales es modelizar el problema a tratar, mediante un grafo, al que aplicándole algoritmos específicos se consigue información relevante relacionada con el problema original.

Una red se puede definir como un grafo al que se le han asignado unas determinadas características (pesos, propiedades, etc.) a los vértices y/o a las aristas. Se puede expresar como $N = (U, L, F_U, F_L)$ que contiene un grafo $G = (U, L)$ que es un par ordenado de vértices U y aristas L.

La función $F_U : U \to X$ asigna a cada vértice unas características, y del mismo modo $F_L : U \to Y$ asigna a cada arista unas propiedades.

En un sentido básico, una red social se basa en establecer relaciones entre personas, creando un grafo de personas unidas por la relación de amistad. La representación de una red social a través de un grafo resulta realmente compleja, como podemos ver en la imagen:

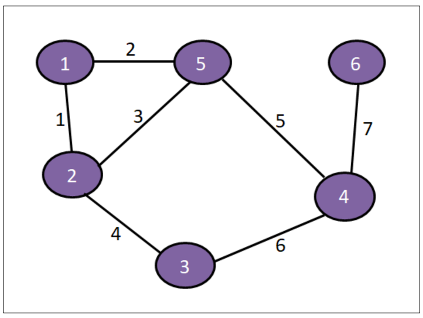


Debido a su complejidad, para trabajar con toda esta información se utilizan matrices. Principalmente, la matriz de adyacencia y la matriz de incidencia.

La matriz de adyacencia es de tamaño n^2, siendo n el número de vértices. En esta matriz se estudia si dos vértices están conectados por una arista. Así, si hay una arista entre dos vértices v_1 y v_2, el elemento de la matriz [vértice v_1, vértice v_2] es 1, de lo contrario es 0.

Por otra parte, la matriz de incidencia estudia si un vértice está conectado a una arista, el elemento de la matriz [vértice, arista] será 1 si el vértice está conectado a la arista y 0 en caso contrario.

Veamos un ejemplo sencillo de estas matrices para el siguiente grafo:



La matriz de adyacencia y la matriz de incidencia vie-

ISSN 1988-5318

nen dadas respectivamente por:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

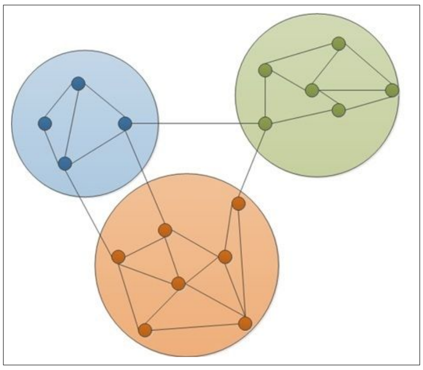
Todas las redes sociales utilizadas actualmente (*Facebook*, *Instagram*, *Twitter*, *TikTok*, etc.) abarcan cifras incalculables de datos útiles para empresas de todo tipo, que se pueden expresar a través de grafos. De hecho, podemos considerar a *Facebook* uno de los mayores grafos que existen.

Cada vez que se registra un usuario se convierte en un nuevo vértice que establece unas determinadas relaciones a partir de sus gustos, intereses o amigos. En *Twitter*, cada persona es un nodo, y cuando una persona comienza a seguir a otra se crea una arista. Mientras que en *Facebook* la relación de amistad es bidireccional, en *Twitter* una persona puede ser seguidora de otra sin que la otra lo sea. Por ello, las relaciones en *Facebook* se representan con grafos no dirigidos y en *Twitter* con grafos dirigidos.

Facebook fue creado en 2003 por Mark Elliot Zuckerberg, y cuenta con 750 millones de usuarios activos. Pero no sólo está formado por estos usuarios, sino que resultan igual de importantes los más de 900 millones de objetos (páginas, eventos) y los 30 000 millones de piezas de contenido que se publican cada mes.

Pero, ¿cómo resulta útil toda esta información que aportan los grafos sobre las redes sociales? Por ejemplo, a una empresa de telecomunicaciones le interesa conocer con quién hablamos habitualmente, nuestros vínculos e intereses y de esa forma adaptar su estrategia comercial para ofrecernos tarifas personalizadas que nos resulten llamativas. De esta manera, pueden adaptar su oferta de productos a nuestra demanda real, para que nos aparezca en el momento idóneo en el que lo necesitamos. Esto es lo que ha venido a denominarse el *Análisis de Redes Sociales* o ARS (*Social Network Analysis* o SNA).

Normalmente, para facilitar el estudio de grafos en redes sociales se usan algoritmos para la detección de comunidades. Dichos algoritmos se basan en la idea de que los nodos contenidos dentro de una misma comunidad comparten atributos, características o relaciones fundamentales. Entendiendo como comunidad, aquel subgrafo en el que los vértices deben estar más relacionados entre sí que con el resto de los vértices de la red. Por ejemplo, en el grafo siguiente podemos distinguir tres comunidades, donde presuponemos que los nodos de cada una de ellas tienen alguna característica o atributo en común.



Dentro de la teoría de grafos, se usan diferentes métodos para analizar y detectar comunidades:

- El *método jerárquico*: busca divisiones naturales en la red. Este método se basa en analizar cuáles son los nodos principales (aquellos de los que parten más aristas).
- El *método modular*: se centra en encontrar la modularidad (es decir, las zonas de la red en las que hay más enlaces de los que se esperaría en una red aleatoria).

Una vez que conoces lo que hay detrás de las redes sociales, ¿consideras que son eficaces para transmitir información? ¿qué tipo de información? ¿crees que influyen en nuestra opinión?

Referencias

[1] Chakraborty, A.; Nath, A.; Mondal, S. y Dutta, T. (2018) *Application of Graph Theory in Social Media*, International Journal of Computer Sciences and Engineering 6, 1–9.

[2] Miguélez, A. (2020) *La teoría de grafos aplicada al análisis de redes sociales*. Open Sistemas [10].

[3] Rivera Sánchez, C. (2015) *Acerca de los Grafos sociales*. Infotecarios [11].

[4] Rochina, P. (2017) *El análisis de redes sociales mediante la teoría de grafos*. Revista Digital INESEM [12].

■

[10] opensistemas.com/la-teoria-de-grafos-aplicada-al-analisis-de-redes-sociales.
[11] www.infotecarios.com/acerca-de-los-grafos-sociales.
[12] revistadigital.inesem.es/informatica-y-tics/teoria-grafos.

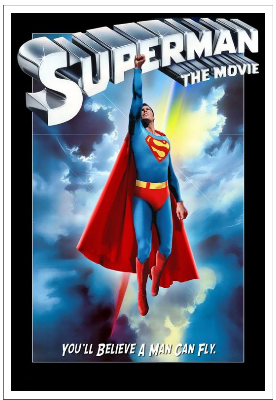
 ISSN 1988-5318

CULTURA Y MATEMÁTICAS

Las matemáticas y los efectos especiales en el cine

Alfonso Jesús Población Sáez
Universidad de Valladolid
Miembro de la Comisión de Divulgación de la RSME

Uno de los aspectos que más ha evolucionado en la realización cinematográfica de veinte años hacia acá ha sido sin duda la mejora de los efectos especiales, hoy efectos digitales por hablar con más precisión.

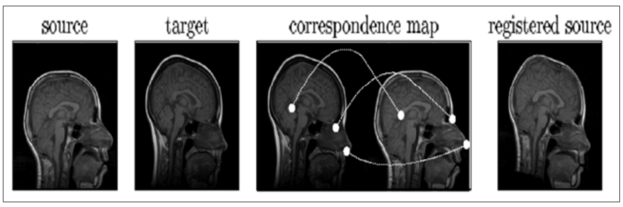


Para constatarlo no hay más que echar un vistazo a alguna película concreta, como por ejemplo, **Supermán** (*Superman the movie*, Richard Donner, EE. UU., 1978), cuya publicidad indicaba *«Usted creerá que un hombre puede volar»*. Verla en la actualidad produce no poco sonrojo y muchas carcajadas.

Sin embargo, cualquier película actual, cualquier anuncio publicitario, nos muestra imágenes realmente espectaculares y absolutamente creíbles a pesar de ser en muchos casos una absoluta quimera. Todo el mérito se lo adjudicamos al ordenador y los programadores de turno (empresas normalmente, con un montón de personas a su servicio), sin reparar en que detrás hay *algoritmos*, que incluyen muchas matemáticas y con frecuencia no precisamente elementales.

Dependiendo del efecto que deseemos conseguir, se aplican unas u otras técnicas y métodos matemáticos, no siempre son los mismos, y con relativa frecuencia hay que diseñar o desarrollar procedimientos específicos. Se pueden basar en ideas conocidas, pero muchas veces son originales (más barato que pagar derechos por técnicas registradas previamente). En todo caso hay un gran abanico de opciones y posibilidades.

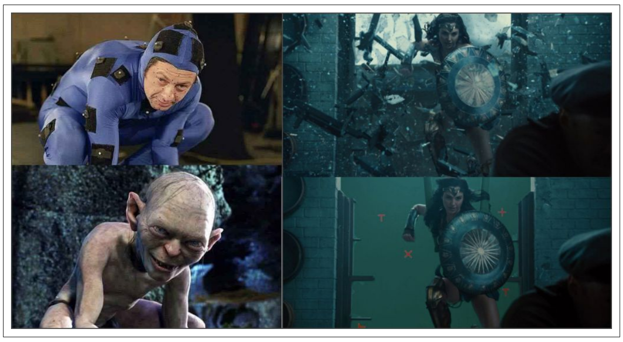
Así, si deseamos transformar un objeto, un ser, un rostro en otro completamente diferente (un humano en un extraterrestre, por ejemplo), se utilizan métodos de interpolación: se fijan unos puntos que definan el aspecto inicial y el final (ojos, narices, labios, etc.), se obtienen unas curvas que los contengan, y estas se van modificando hasta llegar al resultado final (se calculan cientos de curvas que van cambiando poco, de manera imperceptible al ojo, y se muestran en sucesión).



En términos de imagen este proceso se conoce como *registrado de imagen*. El proceso funciona porque nuestra vista perfila los contornos a un nivel muy bajo de la imagen, consigna los perfiles, las formas, pero no es capaz de identificarlas con detalle. Engañamos a la vista, que no es capaz de asimilar tan rápidamente todos esos cambios que se producen simultáneamente. Para obtener esas curvas intermedias existen muchísimos algoritmos, cada uno con características propias.

Cuando nos introducen en un aula los métodos de interpolación, comienzan con los polinomios como base. A pesar de su sencillez, pronto comprobamos que en seguida muestran inconvenientes, como que no definen bien cambios locales, o que el grado (y por tanto su manejabilidad) aumenta enseguida muy rápidamente, además de producir oscilaciones no deseadas con demasiada frecuencia.

La solución es la interpolación segmentaria (o a trozos), con muchas funciones, pero muy sencillas individualmente, que van «pegadas» con la regularidad que sea necesaria (es decir, haciendo coincidir derivadas hasta el orden que sea preciso en los puntos de unión). Surgen de este modo objetos como los *splines*, de los que hay un amplio surtido dependiendo de las características que necesitemos.



Son, por supuesto, muy utilizados también en el diseño de videojuegos (las técnicas para cine y videojuegos son comunes); de hecho apenas hay diferencias en el resultado final, salvo que en un caso hay actores de carne y hueso, y en los otros un CGI (*Computer Generated Images*).

También se utilizan algoritmos matemáticos para representar inundaciones, explosiones, fuegos, etc. basados en la modelización de ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales, por poner otro ejemplo.

En el presente artículo describiremos otro ejemplo distinto: las bandadas, enjambres o manadas de animales. Películas en las que han aparecido que recordaremos son, por ejemplo, enjambres de murciélagos y bandadas de pingüinos en **Batman Vuelve** (*Batman returns*, Tim Burton, EE. UU./Reino Unido, 1992); enjambres de escarabajos

 ISSN 1988-5318

en las películas de **La Momia** (*The Mummy*, Stephen Sommers, EE. UU., 1999) y su secuela **El regreso de la Momia** (*The Mummy Returns*, Stephen Sommers, EE. UU., 2001); una estampida de ñus en **El rey León** (*The Lion King*, Rob Minkoff, Roger Allers, EE. UU., 1994); o ejércitos de orcos en **El Señor de los Anillos: El retorno del Rey** (*The Lord of the Rings: The Return of the King*, Peter Jackson, Nueva Zelanda/EE. UU., 2003).

En la Naturaleza, el propósito de una bandada de pájaros es desplazarse como si fuera una unidad, de un lugar a otro. Sin embargo, la estructura real de la bandada no es fija: debe ser capaz de evitar obstáculos, colisiones, continuar su desplazamiento en la dirección adecuada (replicación de movimiento), intercambiar el elemento que dirige la bandada con cierta frecuencia sin que el resto se resienta (mantenimiento del liderazgo), permanecer cerca de los compañeros pero sin que sea demasiado cerca (optimización de la distancia).

Pensemos que estas acciones las realizan mientras vuelan, y si nos paramos a observarlos, no hay alteraciones perceptibles en su recorrido: lo hacen a la perfección. Parece una disposición aleatoria, pero resulta estar perfectamente sincronizada. Si queremos modelizar una bandada de estas digitalmente, el algoritmo debe reproducir ese comportamiento idealmente para que no se note que no son pájaros reales.

La modelización de manadas reales (*flock theory*) es extremadamente complicada, fundamentalmente porque tiene lugar en tres dimensiones y requiere matemáticas muy sofisticadas, mucha potencia computacional y técnicas de diseño asistido por ordenador.

El comportamiento de sistemas con millones de bloques de construcción idénticos a menudo se puede predecir mediante el uso de estadísticas. Esto se ha hecho para los gases, por ejemplo, dando como resultado las leyes de la termodinámica. Sin embargo, las moléculas de gas existen independientemente unas de otras. Calcular el comportamiento de sistemas con elementos que pueden interactuar entre sí es mucho más difícil.

Por ejemplo, una predicción a largo plazo de los movimientos de tres cuerpos celestes que giran entre sí es prácticamente imposible, incluso conociendo su posición y velocidad inicial con una precisión de cien decimales. La gravedad combinada es tan compleja que el comportamiento dinámico del sistema en su conjunto no se puede determinar, no importa lo grande y rápido que sea el ordenador utilizado.

¿Y qué es un sistema de solo tres cuerpos, en comparación con sistemas adaptativos tan complejos como pájaros, delfines o colonias de hormigas? Este tipo de estructuras se componen de grandes cantidades de elementos que pueden, de una forma u otra, responder al estado de cada uno. Los sistemas adaptativos pueden ajustarse por sí mismos a diversas circunstancias y nunca alcanzar el equilibrio termodinámico. A diferencia de los gases, cambian constantemente al absorber y digerir alimentos y producir materiales de desecho. Si se quiere entender el comportamiento de un sistema así, buscar ecuaciones matemáticas es inútil y lo único que se puede hacer es simularlo mediante un algoritmo.

En 1986 Craig Reynolds, un animador informático de California, escribió un programa de software con este propósito. Lo llamó *Boids*, y todos los expertos quedaron profundamente impresionados al ver a sus pájaros digitales volar en el monitor de la computadora. Los pájaros se comportaban exactamente como en la naturaleza, con movimientos fluidos y elegantes, indistinguibles de los de la vida real. Incluso los obstáculos que Reynolds introdujo en su camino, columnas de varias alturas, no los desviaron: se acercaron a la primera, se separaron en el momento adecuado y se reunieron sin esfuerzo al final de todas ellas para reanudar su vuelo.

Las investigaciones de Reynolds ilustran un principio básico de los sistemas adaptativos y la vida artificial: cuando los individuos pueden observar a sus vecinos más cercanos, así como reaccionar ante el estado de los demás, puede surgir espontáneamente un comportamiento global complejo. La *simulación* de los *Boids* demostró que no es necesario que un líder dicte a las otras aves cómo deben volar de rápido y en qué dirección. Cada individuo resuelve esto por sí mismo, únicamente observando a sus vecinos más cercanos y ajustando su reacción a la de ellos.

El modelo de bandada básico de Reynolds consta de tres comportamientos de dirección simples (tres reglas) que describen cómo un elemento individual maniobra en función de las posiciones y velocidades de sus compañeros de bandada cercanos:

1. *Separación*: cada pájaro se mueve evitando que otro compañero de bandada de su entorno se acerque demasiado.

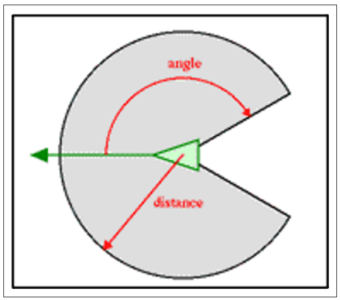
2. *Alineación*: cada pájaro se desplaza en la misma dirección que lo hacen sus compañeros de bandada cercanos.

3. *Cohesión*: cada pájaro se mueve hacia la posición de sus compañeros de bandada de su entorno.

Cuando dos aves están demasiado cerca, la regla de «separación» anula las otras dos, que se desactivan hasta que se logra la separación mínima. Las tres reglas afectan solo el rumbo del pájaro. Cada pájaro siempre avanza a la misma velocidad constante.

 ISSN 1988-5318

Cada individuo tiene acceso a la descripción geométrica de toda la escena, pero el agrupamiento requiere que reaccione solo a los compañeros de bandada dentro de un pequeño entorno a su alrededor.



Ese entorno se caracteriza por una distancia (medida desde su centro) y un ángulo, medido desde su dirección de vuelo. Los compañeros de bandada fuera de este entorno son ignorados. Dicho entorno podría considerarse un modelo de percepción limitada (como los peces en aguas turbias), pero probablemente sea más correcto pensar que define la región en la que los compañeros de bandada influyen en la dirección de los pájaros.

Habiéndose ajustado tan certeramente el algoritmo de Reynolds al comportamiento de los pájaros reales, uno puede estar tentado a pensar que ha descubierto su sistema lógico de comportamiento. Nada más lejos de la realidad. Cuando dos sistemas muestran un comportamiento externo idéntico, esto no significa en absoluto que estén regidos por los mismos mecanismos internos. La única conclusión es que la interacción local entre individuos que siguen reglas simples puede, en una escala mucho mayor, inducir comportamientos complejos y patrones intrincados. Lo que desde luego resolvió fue la simulación de este tipo de bandadas en aplicaciones de imagen (películas y videojuegos, como estamos comentando).

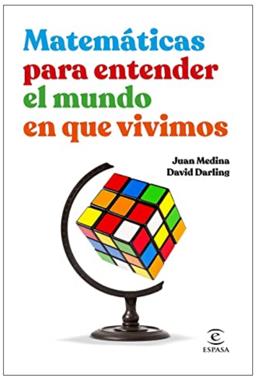
Otro modelo sencillo de vida artificial con pocas reglas es el conocido como *Juego de la Vida*, de John H. Conway (1937–2020) (hay simulaciones y aplicaciones de ordenador y móvil sencillas de manejar).

La *flock theory* constituye un campo de investigación bastante actual. Aunque nos hayamos centrado en la simulación cinematográfica, hay trabajos con interesantes implicaciones en Sociología en la explicación de la evolución cooperativa en interacciones humanas. En conclusión, como cualquier otro problema, diferentes enfoques de estudio (matemático, informático, sociológico, etc.) enriquecen y complementan el resultado final. De ahí que insistamos en que el conocimiento no se compartimenta: todas las visiones son importantes y aportan matices insustituibles. ■

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

Matemáticas para entender el mundo en que vivimos.

Juan Medina y David Darling.



Ficha Técnica
Editorial: Espasa.
262 páginas.
ISBN: 978-84-670-6252-6.
Año: 2021.

Escribir un libro de divulgación no es tarea fácil, sobre todo si se trata de un texto dedicado a las matemáticas. En ocasiones surge la duda en si se debe sacrificar algo de rigurosidad para conseguir una mayor cercanía o comprensión de los conceptos que se intentan transmitir.

En el caso de la obra que se reseña, he de decir que los autores no han tenido «miedo» —permítaseme la licencia— a la hora de abordar temáticas —algunas de cierta complejidad— de forma rigurosa a la vez que cercana. Es posible que algún lector se asuste cuando al hojear el texto vea que aparece formulación matemática algunos capítulos —recuérdese la anécdota, no se si cierta o no, del editor de Stephen Hawking quien le decía que por cada fórmula que aparecía en el libro vendería la mitad de ejemplares—, pero que considero necesaria para comprender correctamente los conceptos que se abordan.

Los autores del libo son Juan Medina y David Darling, ambos con un gran recorrido en el mundo de la divulgación matemática. Juan Medina es el creador del portal *lasmatematicas.es* donde, desde hace muchos años viene publicando vídeos —de enorme éxito, por cierto— en los que se presentan conceptos y problemas matemáticos en diferentes niveles, desde situaciones matemáticas básicas a cuestiones con profundidad de nivel universitario.

El libro se divide en 13 capítulos en los que se presentan temas muy variados, tales como las matemáticas involucradas en las epidemias, las que podemos observar en las estructuras musicales o en las que se basan los ordenadores cuánticos.

Puesto que los capítulos son independientes, el lector puede omitir aquellos que le resulten de especial dificultad, aunque para la lectura de este libro no son necesarios conocimientos matemáticos más allá de los que se adquieren en las enseñanzas medias.

En resumen, un texto muy recomendable para quien busque divulgación matemática enfocada a temas de actualidad y que guste de una presentación con fundamento y rigor.

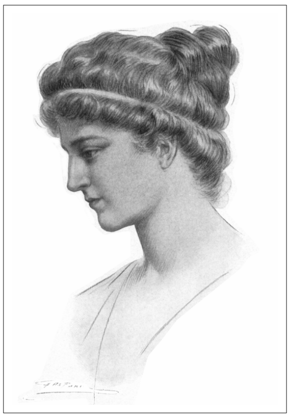
Por ponerle algún pero, quizás si el texto se hubiese acompañado con más imágenes ilustrativas habría resultado más atractivo y su difusión podría haber sido más amplia, pero considero que se trata de un magnífico libro de divulgación matemática.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

 ISSN 1988-5318

Citas Matemáticas

«Defiende tu derecho a pensar porque, incluso pensar de manera errónea, es mejor que no pensar».



Hipatia de Alejandría (350–415 a.C), matemática, filósofa, astrónoma, escritora e inventora.

«El análisis matemático es tan extenso como la propia naturaleza».

Joseph Fourier (1768–1830), matemático y físico francés.

Páginas web y redes sociales

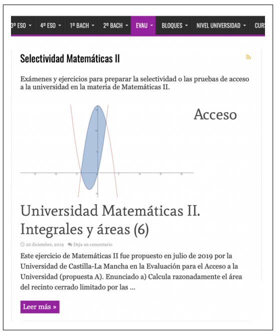
lasmatematicas.eu

Página de inicio

lasmatematicas.eu es un interesante blog de matemáticas desarrollado y mantenido por Pedro Castro Ortega, profesor de matemáticas en un centro de secundaria de Socuéllamos (Ciudad Real).

Los contenidos de las diferentes entradas se encuentran clasificados por cursos de ESO y Bachillerato.

Para cada curso encontramos una serie de apuntes sobre los diferentes conceptos matemáticos y amplias relaciones de ejercicios y exámenes junto con sus soluciones.



Además dedica una sección específica para las pruebas de acceso a la universidad en la que podemos encontrar materiales de cada una de las materias de matemáticas, exámenes y ejercicios variados con sus enunciados y el correspondiente desarrollo paso a paso.

Ofrece también la posibilidad de acceder a las entradas agrupadas por bloques, Álgebra, Análisis, Estadística y Probabilidad, Geometría.

Por otra parte, cuenta con algunas entradas sobre cuestiones de nivel universitario y una serie de cursos divididos en lecciones sobre números complejos, geometría métrica plana, cónicas e integral definida.

Finalmente destacaríamos la sección sobre divulgación donde se pueden encontrar diversas curiosidades y retos. La última sección está dedicada a la faceta poética del autor.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

ISSN 1988-5318

Acertijos

¿Cuántos son?

Un grupo de voluntarios, participantes en una investigación médica, han sido ordenados de menor a mayor en función de sus edades. Adivina el número de componentes del grupo sabiendo que

- Cada uno de sus miembros (salvo el mayor) es tres años más joven que el siguiente.
- El séptimo tiene 36 años.
- La suma de las edades de todos ellos asciende a 855.

(En el próximo número aparecerá la solución.)

Solución al acertijo del número anterior

Nos habían planteado un famoso problema de Lewis Carroll:

Seis gatos cazan seis ratones en seis minutos. ¿Cuántos gatos son necesarios para cazar 100 *ratones en* 50 *minutos?*

De acuerdo con el enunciado, seis gatos cazan un ratón en un minuto. Por tanto, seis gatos cazan 50 ratones en 50 minutos. Para cazar el doble de ratones en ese mismo tiempo tenemos que duplicar el número de gatos. En consecuencia, son necesarios 12 gatos para cazar 100 ratones en 50 minutos.

TERRITORIO ESTUDIANTE

Entrevista a Irene Arrabé Prieto

Una experiencia como estudiante Erasmus

Alberto Díaz López
Celia Barbero Navarro
Delia Sola Molina
Estudiantes del Grado en Matemáticas en la UAL

¿Dónde estás realizando el Erasmus?

En Trondheim, Noruega, concretamente en la NTNU (*Norwegian University of Science and Technology*).

Foto del campus

¿Encontraste muchas dificultades a la hora de solicitar el Erasmus? ¿Fue fácil?

Me dieron muchas facilidades para resolver todas mis dudas y no he tenido ningún problema.

¿Es diferente la metodología de estudio allí?

Se centran más en el trabajo durante el curso que en un examen final, realizando actividades como proyectos y ejercicios evaluables.

¿En qué idioma se imparten las clases y se realizan los exámenes?¿Cuál es el nivel de inglés que recomendarías a alguien para hacer el Erasmus? ¿Ha sido difícil el cambio de idioma?

Se imparten en inglés, al igual que los exámenes y actividades. Es sencillo adaptarse al idioma si se lleva un nivel de B1 o B2 ya que los profesores son muy considerados y te proporcionan mucha ayuda. En general, todo el mundo es bilingüe y tiene una buena pronunciación, por lo que es sencillo entender todo.

¿Ha sido difícil adaptarse al clima y cultura (o forma de vivir) de Noruega? Y en cuanto a la forma de estudio allí, ¿has notado algún cambio?

No es difícil ya que el frío llega muy progresivo y te vas adaptando poco a poco. El clima es muy diferente a España, pero lo que más duro se hace son las pocas horas de sol que hay en invierno.

Respecto a la forma de estudio la exigencia es similar a España, si trabajas es sencillo aprobar. Tienes acceso a las notas medias de otros años y a los exámenes anteriores, por lo que se hace muy asequible preparar las asignaturas.

Ahora que conoces otra universidad en el extranjero, ¿has encontrado muchas diferencias entre tu nueva universidad y la UAL? ¿Cuáles son las principales?

En la NTNU se preocupan mucho por el desarrollo creativo de los alumnos, por esa razón tienen una gran cantidad de actividades deportivas, artísticas y para cualquier tipo de hobbies. También consideran de gran importancia que los alumnos puedan tener un espacio donde descansar y desconectar entre las clases. Para ello la universidad dispone de muchas hermandades y zonas habilitadas para el descanso y el ocio.

Otra gran diferencia que encuentro es que en Noruega se le da mucha más importancia al aprendizaje práctico que teórico, por lo que tienen una gran cantidad de talle-

 ISSN 1988-5318

res para poner en práctica todo lo estudiado. Se fomentan mucho las actividades deportivas y grupales, por lo que casi cada semana organizan eventos donde poder conocer gente nueva o trabajos grupales.

Por último, comparando nuestra forma de estudio universitario con la de otros internacionales he observado que los españoles somos los que más años de carrera tenemos. Por lo general, son 3 años de estudios y con mucha más libertad a la hora de elegir asignaturas y muchas más oportunidades laborales, ya que a principio de cada semestre la universidad organiza dos semanas donde las empresas asisten al campus para ofertarse a los alumnos y darles la oportunidad de trabajar con ellas.

¿Recomendarías la experiencia?

Sin duda, es un crecimiento tanto personal como en el ámbito de estudio. No solo es conocer una nueva forma de estudio y abrirte nuevas oportunidades, también supone un gran cambio personal.

Para mí, es una de las mejores experiencias que se pueden tener, es descubrir nuevas culturas, nueva gente, nuevos lugares y ayuda a conocerse mucho más a uno mismo. Además, hace que seas capaz de desenvolverte en un país distinto con un idioma que no es el tuyo.

¿Qué consejos darías a una persona que quiera ir de Erasmus a Noruega?

Le diría que aunque al principio puede asustar el hecho de irse a un país tan distinto que no se preocupe ya que todo el mundo va con los mismos miedos y con las mismas preocupaciones, pero luego te das cuenta de que el proceso de adaptación es muy rápido.

También le diría que no pierda ninguna oportunidad y que no se cierre a nada ni a nadie. Una cosa que a todo el mundo le inquieta es no encajar con la gente nueva, pero eso es difícil que ocurra, allí siempre vas a encontrar a tu «familia» con la que acabarás viviendo un año muy intenso que os unirá mucho y con la que podrás disfrutar de los buenos momentos.

¿Cuál ha sido tu mejor experiencia en el extranjero? ¿Y peor?

Lo que más me ha gustado es el poder viajar y conocer otro estilo de vida, aunque diría que la mejor parte de esta experiencia es la gente con la que la vives, la intensidad con la que pasa todo y la unión que se forma entre todos en tan poco tiempo. Hasta el momento no he tenido ningún mal momento.

Si en un futuro tuvieras la oportunidad de realizar otro Erasmus ¿lo harías?

Sí, sin duda volvería a irme. No puedo decir nada malo de haber tomado esta decisión y es una experiencia que no quiero que termine. ■

Responsables de las secciones

➻ ACTIVIDAD MATEMÁTICA EN LA UAL

- *Actividades organizadas*: Helena Martínez Puertas (hmartinez@ual.es) y Sergio Martínez Puertas (spuertas@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar (balcazar@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Inmaculada López García (milopez@ual.es).

➻ DE LA ENSEÑANZA MEDIA A LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA

- *Experiencias docentes*: David Crespo Casteleiro (davidcasteleiro@hotmail.com), Nuria Pardo Vidal (penuria@gmail.com) y Aurora Sánchez Gordo (aurosanchezg@gmail.com).
- *Enseñanza bilingüe*: Daniel Prados Torrecillas (plurilinguismo.dpal.ced@juntadeandalucia.es).

➻ DIVULGACIÓN MATEMÁTICA

- *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero (edeamo@ual.es), Florencio Castaño Iglesias (fci@ual.es) y Blas Torrecillas Jover (btorreci@ual.es).
- *Concurso de problemas*: Alicia María Juan

 ISSN 1988-5318

González (ajuan@ual.es), Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez Granero (misanche@ual.es).

- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara (mgamez@ual.es), Juan Antonio López Ramos (jlopez@ual.es), Francisco Luzón Martínez (fluzon@ual.es) y Antonio Salmerón Cerdán (asalmero@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez Álvarez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez García (jramon_sg@hotmail.com).
- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy (amorales@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia (jcarmona@ual.es) y José Escoriza López (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Alicia María Juan González (ajuan@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas (jrgrozas@ual.es) y José Antonio Rodríguez Lallena (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es).

➻ TERRITORIO ESTUDIANTE: Celia Barbero Navarro (celiabarnav3.cbn@gmail.com), Alberto Díaz Lopez (adl151@inlumine.ual.es) y Delia Sola Molina (deliasola2000@gmail.com).

Aviso legal

 ISSN 1988-5318