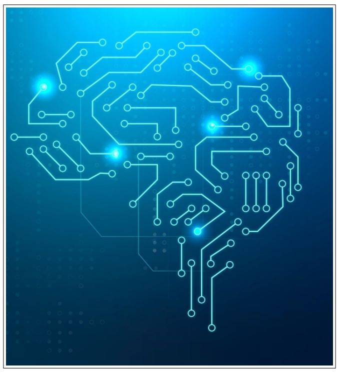
Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XVIII. Número 2 — 30 de enero de 2025



Aprendizaje e Inteligencia Artificial

Raro es el día que no vemos en algún medio de comunicación o en las redes sociales alguna noticia relacionada con la Inteligencia Artificial. Muchas son las dudas que nos generan y grande es la incertidumbre sobre cómo nos puede afectar en el futuro.

En este número del Boletín incluimos dos artículos que tienen a la Inteligencia Artificial como leitmotiv. Uno de ellos, en el apartado que dedicamos a la enseñanza bilingüe y el otro, en la sección de matemáticas y otras ciencias.

En ambos se pueden ver experiencias sobre el uso de la Inteligencia Artificial con objetivos muy diferentes. Os animamos a descubrirlos.

(Artículos completos en las páginas 10 y 15)

Enseñando matemáticas en Primaria

Enseñar matemáticas en las primeras etapas educativas es una tarea complicada y, a la vez, tremendamente importante, pues es el momento en el que se sientan las bases sobre las que se construirá el *«edificio matemático»* de los estudiantes. Si esos cimientos no son sólidos, el edificio lamentablemente colapsará.

En este número presentamos un artículo muy interesante, *Las matemáticas de la salud*, que nos muestra una experiencia docente en el aula de Primaria en la que se abordan conceptos matemáticos a través de los hábitos saludables que pueden adoptar los estudiantes.

(Ver artículo en la página 7)

Editorial: ¿Merece la pena hacer divulgación en el ámbito de las matemáticas?

Obviamente se trata de una pregunta retórica y la respuesta es, evidentemente, también obvia. Llevamos 18 años publicando este Boletín con 53 números editados en el que colaboran y han colaborado en estos 18 años un enorme grupo de entusiastas de las matemáticas de forma totalmente altruista, dedicando su esfuerzo y su tiempo a que este proyecto siga adelante.

Viene a colación esta reflexión porque las matemáticas están cada día más presentes en nuestra realidad cotidiana y, por lo tanto, es cada vez más necesario que la población general incremente su cultura matemática para ser capaz de interpretar su entorno con eficacia.

Ahí es donde la divulgación matemática juega un papel fundamental. El de intentar llegar a una sociedad que, a priori, considera las matemáticas como algo complicado, cuando no antipático. Divulgar de una forma amena, cercana y, a la vez, rigurosa no es tarea sencilla. Por suerte, en nuestro país hay excelentes profesionales de las matemáticas que realizan esta tarea de forma brillante, tanto en los medios de comunicación como en las redes sociales.

Nosotros, modestamente, queremos poner nuestro granito de arena.

Resumen

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

Isabel María Ortiz Rodríguez
iortiz@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

Actividades matemáticas

Entrega del premio del Boletín

El pasado 29 de noviembre, Juan José Moreno Balcázar e Isabel María Ortiz Rodríguez hicieron entrega del premio del Concurso de Problemas del Boletín a Javier Martínez Campos, en el *Colegio Compañía de María* de Almería.

El premiado con sus profesores

Al acto acudieron todos sus compañeros de segundo de Bachillerato y Juan José Moreno impartió la charla *El calendario y los años bisiestos*.

LXI Olimpiada Matemática Española

La Facultad de Ciencias Experimentales de la *Universidad de Almería*, en colaboración con la *Real Sociedad Matemática Española* (RSME) y con el patrocinio del Departamento de Matemáticas, organizó el pasado 17 de enero la fase local de la *LXI Olimpiada Matemática Española* (OME), dirigida a estudiantes de Bachillerato, con el propósito de fomentar el interés por los estudios de matemáticas y descubrir estudiantes con especial talento para esta disciplina.

Hubo 85 participantes, 53 chicos y 32 chicas procedentes de 14 centros de toda la provincia.

El auditorio de la UAL en un momento de la prueba

Los tres primeros clasificados en esta fase local se enfrentarán a los tres ganadores de cada provincia en la *VII Olimpiada Matemática Andaluza*, que tendrá lugar en Jaén del 21 al 23 de febrero, y en la que se seleccionarán a los 12 primeros clasificados para participar en la fase nacional de la OME, que este año se celebrará del 27 al 30 de marzo en Gijón (Asturias). De la competición nacional se determinará a los integrantes del equipo español para las competiciones internacionales.

En lo que respecta a la *LXVI Olimpiada Internacional de Matemáticas*, que se desarrollará del 10 al 20 de julio en Sunshine Coast (Australia), representarán a nuestro país los 6 primeros clasificados en la fase nacional. A su vez, de entre los premiados con medalla de oro, la Comisión de Olimpiadas de la RSME escogerá a los integrantes que conformarán el equipo nacional en la *XL Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas*, que tendrá lugar en Chile en el mes de septiembre.

Simultáneamente, las alumnas mejor clasificadas en las fases locales, hasta un máximo de 20, podrán participar en la *Olimpiada Femenina Española*, que tendrá lugar en Las Rozas (Madrid) el 8 de marzo. Las cuatro alumnas con mejor puntuación en esta prueba formarán el equipo que representará a España en la *Olimpiada Femenina Europea* que se celebrará en Pristina (Kosovo), entre los días 11 y 17 de abril.

V Jornada Científica san Alberto

La Facultad de Ciencias Experimentales celebró el 8 de noviembre la *V Jornada Científica de san Alberto*, en la que han participado los galardonados de los *Premios de Investigación san Alberto* 2024.

La convocatoria ofrecía 12 premios de 250 euros cada uno y diploma para aquellos artículos de investigación publicados en revistas de alto impacto, distribuidos en cuatro modalidades: Biotecnología, Ciencias Ambientales, Matemáticas y Química.

Presentación de la actividad

Los premiados expusieron sus trabajos en charlas rápidas tipo flash de 10 minutos. En la modalidad de Matemáticas intervinieron Manuel Úbeda Flores, con su trabajo *Valores extremos de la distribución de masa asociados con una cuasi-cópula tetravariada*, Pedro Jesús Martínez Aparicio que expuso su trabajo *Efecto regularizador en problemas semilineales singulares* y Antonio Jiménez Vargas, con su investigación titulada *p-Compacidad de los mapas de Bloch*.

 ISSN 1988-5318

Con esta jornada se daba comienzo a una larga serie de actividades organizadas por la Facultad de Ciencias Experimentales durante el mes de noviembre para la celebración de su patrón.

XIII Simposio de Investigación en Ciencias Experimentales

El *XIII Simposio de Investigación en Ciencias Experimentales*, organizado por la Facultad de Ciencias Experimentales, se desarrolló en la víspera y el día de san Alberto. Se expusieron 24 trabajos en modalidad flash de 5 minutos y se impartieron dos conferencias, una a cargo de Lorena Ávila, de la Biblioteca Nicolás Salmerón, sobre publicación de trabajos científicos, y otra por José Antonio Álvarez Bermejo, profesor del Departamento de Informática, sobre la relevancia de la Inteligencia Artificial para los científicos experimentales.

Exposición de pósteres en el Aulario IV

Cabe destacar que este simposio, que nació en el año 2010 con carácter de minisimposio, ha batido en 2024 todos sus récords, con la inscripción de 163 jóvenes investigadores y la presentación de 123 pósteres (40 de Biotecnología, 30 de Ciencias Ambientales, 13 de Matemáticas y 40 de Química).

Los ganadores por Matemáticas fueron Antonio J. Martínez Aparicio, primer premio, y Rubén Fiñana Aránega, segundo premio.

Entrega de premios mejor expediente y mejor TFG en matemáticas de la Facultad de Ciencias Experimentales

Los estudiantes con mejor expediente de la Facultad de Ciencias Experimentales

El 15 de noviembre la Facultad de Ciencias Experimentales clausuraba la festividad de su patrón san Alberto Magno con un acto en el que, en primer lugar, se entregaron los premios a los estudiantes con mejores expedientes académicos en cada uno de los grados adscritos a la Facultad (Biotecnología, Ciencias Ambientales, Matemáticas y Química), siendo Ángel Vico Moreno el galardonado en el Grado en Matemáticas.

También se hizo entrega del premio UAL-RSME al mejor trabajo fin de grado en matemáticas, otorgándose a Manuel Álvarez Molina Prados por su trabajo *Funciones de distribución y cópulas en espacios topológicos linealmente ordenados*, dirigido por los profesores del Departamento Miguel Ángel Sánchez Granero y codirigido por José Fulgencio Gálvez Rodríguez.

Manuel Álvarez Molina Prados con José Antonio Rodríguez Lallena, coordinador del título y Juan José Moreno Balcázar, decano de la Facultad

Seguidamente tuvo lugar la conferencia *Genética de la multicelularidad y biotecnología*, impartida por Marcos Egea Gutiérrez-Cortines, catedrático de Genética de la Universidad Politécnica de Cartagena.

Tras la conferencia, se ponía cierre al evento con la entrega de premios del *XIII Simposio de Investigación en Ciencias Experimentales*.

El vídeo completo del acto está disponible en la dirección *www.youtube.com/watch?v=QrlznWH5FyY*.

Semana de la Ciencia 2024

Del 11 al 15 de noviembre la *Universidad de Almería* ha celebrado una nueva edición de la *Semana de la Ciencia*. Esta iniciativa pretende acercar el conocimiento científico y tecnológico a los estudiantes de 4.º de ESO, Bachillerato y Formación Profesional, con el fin de despertar en ellos vocaciones científicas.

El Café con Ciencia

ISSN 1988-5318

En esta edición han colaborado 63 investigadores de la UAL, encargados de desarrollar las 68 sesiones de divulgación programadas, en las que han participado 1398 estudiantes procedentes de 33 centros de toda la provincia.

El evento ha comprendido un programa muy diverso de actividades lúdico-divulgativas, siendo el punto de arranque su tradicional *Café con Ciencia*, en el que Inmaculada López García, profesora del Departamento de Matemáticas, ha impartido la charla *Mi trayectoria en el mundo de las matemáticas*. El grupo de estudiantes asistentes tuvo la oportunidad de conversar con la profesora en un ambiente distendido y cercano.

Entrega de premios IndalMaT 2024

El 21 de noviembre tuvo lugar el acto de entrega de galardones del *IX Concurso de resolución de problemas matemáticos IndalMat*, que se había celebrado el día 4 de octubre en el campus universitario.

De entre los 595 estudiantes participantes en esta edición, se han entregado accésits y tres primeros premios a los 10 mejores clasificados en cada categoría (4.º de ESO, 1.º y 2.º de Bachillerato).

Acto de entrega de premios

En la categoría de 4.º de ESO, el primer premio ha sido para Nicolás Javier Vargas (3.º de ESO del *IES Abdera* de Adra), el segundo premio ha recaído en Pablo Valverde (*Colegio Novaschool* de Almería) y el tercer clasificado ha sido Juan Solís (*IES Murgi* de El Ejido).

En 1.º de Bachillerato el primer galardón ha sido para Nicolás Fabián Tudurean (*IES Mediterráneo* de Garrucha), el segundo para Otman Hmiche (*IES Francisco Montoya* de Las Norias) y el tercero para Alfonso Sánchez (*IES Palmeral* de Vera).

En cuanto a 2.º de Bachillerato, el primer premio ha recaído en Laura Alarcón (*Colegio Altaduna*), seguida de María del Carmen García (*Colegio Altaduna*) y en la tercera posición ha habido un triple empate entre Francisco Aguilera (*Colegio Compañía de María*), Álvaro Martínez (*Colegio Saladares*) y Miguel Montero (*IES Murgi*).

Entrega de Becas UAL Excelencia 2024-25

Como viene siendo habitual desde hace ocho cursos, la *Universidad de Almería* celebró el 22 de noviembre el acto de entrega de las Becas de Excelencia correspondientes al presente curso académico.

En esta edición se han otorgado 38 becas, siendo 10 para los estudiantes con mejores expedientes de acceso, 9 para los que lo han renovado una vez en su formación universitaria y 19 para quienes han continuado siendo «excelentes» en las distintas ramas del conocimiento.

Foto de familia

En relación con los estudios de matemáticas, en la modalidad de nuevo ingreso han sido reconocidos Abdelkarim Bellahcen, del Grado en Matemáticas (procedente del *IES Sol de Portocarrero*) y Alberto Quirante, del Doble Grado en Economía y Matemáticas (procedente del *Colegio Agave*).

El alumnado que recibió esta gratificación y ha conseguido mantener nuevamente su excelencia académica ha sido Juan Francisco Cuevas y Adrián López, del Grado en Matemáticas. Por último, en cuanto a las ramas de conocimiento, Celia Lorenzana ha sido la galardonada en Ciencias Experimentales como estudiante del Grado en Matemáticas.

Entrega de premios a las mejores tesis doctorales

Acto de entrega

El 4 de diciembre se celebró un emotivo acto en la *Universidad de Almería* de entrega de los *Premios Extraordinarios de Doctorado*, concedidos a las mejores tesis doctorales defendidas en la UAL durante los cursos académicos 2020/21, 2021/22 y 2022/23. La ceremonia estuvo

 ISSN 1988-5318

presidida por el Rector, José Joaquín Céspedes, acompañado de Enrique de Amo y Macarena Jurado, director y subdirectora científica de la Escuela Internacional de Doctorado, respectivamente.

En el Programa de Doctorado de Matemáticas se concedió a José Fulgencio Gálvez Rodríguez, compañero del Departamento de Matemáticas, el premio a la mejor tesis doctoral defendida en el curso 2021/22, titulada *Funciones de distribución y medidas de probabilidad en estructuras topológicas*, que fue dirigida por Miguel Ángel Sánchez Granero.

VI Acto de Reconocimiento de Antiguos Alumnos y Amigos de Honor de la Universidad de Almería

Este acto de homenaje tuvo lugar el 10 de diciembre siendo su objetivo reconocer el talento, el esfuerzo y el compromiso de quienes han llevado el nombre de la *Universidad de Almería* más allá de sus aulas.

Ana María Contreras con la Vicerrectora de Estudiantes y el Decano de la Facultad de Ciencias Experimentales

En el caso de la Facultad de Ciencias Experimentales, este año le correspondía al Grado en Matemáticas, la elegida fue Ana María Contreras Aguilar, analista senior en *Norges Bank Investment Management*, departamento del Banco Central de Noruega que administra el fondo de pensiones del país.

Noticias matemáticas

Columnas de divulgación matemática

Los diarios almerienses *Diario de Almería* e *Ideal* publican periódicamente artículos de divulgación científica en colaboración con la *Facultad de Ciencias Experimentales*. Los relacionados con las matemáticas desde la publicación del último número del Boletín son:

- *Matemáticas Olímpicas*, por Enrique de Amo Artero (31/10/2024).
- *Matemáticas y predicciones meteorológicas*, por Fernando Reche Lorite (22/11/2024).
- *Historias detrás de los fallos informáticos*, por Rafael Cabañas de Paz (08/01/2025).

Día Internacional de la mujer y la niña en la ciencia

El próximo 11 de febrero se celebrará el *Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia*, una iniciativa de Naciones Unidas que busca promover la plena participación de mujeres y niñas en las ciencias y reivindicar su espacio en la construcción del conocimiento.

11Febrero
Día internacional de la mujer y la niña en la ciencia

Logo de la actividad

Para conmemorar este día, desde el Vicerrectorado de Igualdad, Inclusión y Compromiso Social de la *Universidad de Almería* se están organizando diversas actividades que se realizarán en los centros educativos de la provincia entre febrero y marzo. Este año se han integrado las Artes, con el objetivo de promover la visión más completa e integradora que ofrece el enfoque STEAM (*Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics*) [1].

Día Internacional de las Matemáticas 2025

MATHEMATICS ART AND CREATIVITY

Logo de la actividad

El 14 de marzo es el *Día Internacional de las Matemáticas*, una fecha para recordar y reconocer la relevancia de esta disciplina en el avance científico y social.

Bajo el lema *Matemáticas, arte y creatividad*, la celebración de este año nos invita a reflexionar sobre la creatividad, que es común al descubrimiento matemático y al arte, campos entrelazados que buscan revelar la belleza del universo.

El *Día Internacional de las Matemáticas* fue establecido en 2019 por la 40.ª Conferencia General de la UNESCO. La elección de la fecha viene motivada porque el 14 de marzo se expresa como 3/14 en algunos países, y coincide con la parte entera y los dos primeros decimales del número pi.

Más información en *www.idm314.org*.

[1] Más información en *www.igualdad.ual.es/index.php/actividades/11febrero-2025-dia-internacional-mujer-nina-ciencia-ual*.

ISSN 1988-5318

Actividades de la FESPM

La *Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas* (FESPM), de la que es miembro la *SAEM Thales*, ha organizado las siguientes actividades [2]:

- *XXX Concurso Canguro Matemático 2025*, dirigido a estudiantes de Secundaria, Bachillerato y ciclos de Grado Medio o Superior. Se celebrará el próximo 20 de marzo en cada centro participante.
- *VII Olimpiada Matemática Nacional Alevín*, destinada al alumnado de tercer ciclo de Educación Primaria. Se celebrará del 24 al 28 de junio en Murcia.
- *XXXV Olimpiada Matemática Nacional Junior*, dirigida a estudiantes de 1.º y 2.º de ESO y la *IV Olimpiada Matemática Nacional Juvenil*, destinada al alumnado de 4.º de ESO. Ambas se celebrarán en Albacete del 25 al 29 de junio.

Premios de investigación Vicent Caselles RSME–Fundación BBVA 2025

La *Real Sociedad Matemática Española* y la *Fundación BBVA* anunciaron el 11 de diciembre la edición de los *Premios de Investigación Matemática Vicent Caselles* 2025, dirigidos a investigadores en matemáticas menores de 30 años que hayan realizado su trabajo de investigación en una universidad o centro científico de España.

En esta convocatoria se concederá un máximo de seis premios, cada uno con una dotación bruta de 6000 euros. La convocatoria permanecerá abierta hasta las 14:00 horas (hora peninsular) del 28 de febrero.

Los *Premios de Investigación Matemática Vicent Caselles* nacieron en 2015. El nombre de los premios quiere ser un recuerdo y reconocimiento a la figura de uno de nuestros más destacados matemáticos, profesor de las universidades de Valencia, Islas Baleares y Pompeu Fabra [3].

Nos visitaron...

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a József Garay, del Instituto de Evolución del Centro de Investigación Ecológica de Budapest (Hungría) y a Khalid Najib e Ibtissam Medarhri, de la École Nationale Supérieure des Mines de Rabat, Marruecos

Preguntas frecuentes

¿En qué consiste el Trabajo de Fin de Grado (TFG)?

Como parte de su etapa formativa, durante el último curso del Grado en Matemáticas los estudiantes deben elaborar, supervisados por un profesor, un trabajo o proyecto que permita profundizar en un tema y demostrar las competencias adquiridas durante el Grado.

Al inicio de cada curso académico los profesores del Grado proponen diferentes líneas de trabajo, ofreciendo a los estudiantes la posibilidad de elegir un director y tema que se ajuste a sus intereses. Finalmente, una vez realizado el trabajo, para su evaluación se realiza un acto de defensa pública en el que el estudiante debe exponer el contenido de la memoria elaborada.

El Trabajo de Fin de Grado supone un total de 12 créditos. Para poder matricularse de esta asignatura los estudiantes deben haber superado un mínimo de 168 créditos, mientras que para poder defenderlo deben haber superado al menos 192 créditos.

Además, gracias a un convenio entre la *Facultad de Ciencias Experimentales* y la *Real Sociedad Matemática Española*, cada curso académico se convoca un premio al mejor TFG del Grado en Matemáticas. Este reconocimiento pretende fomentar la calidad científica de los trabajos, así como poner en valor el esfuerzo realizado por los estudiantes. Pueden presentarse los estudiantes del Grado que defiendan su TFG en las convocatorias de mayo o julio, os animamos a participar a todos.

Estoy interesado en conocer en qué consiste la investigación, ¿por dónde puedo empezar?

La investigación es una de las oportunidades profesionales que proporciona el Grado en Matemáticas. Si estás interesado en iniciarte en este ámbito, una excelente forma de comenzar es mediante la Beca de Colaboración en Departamentos.

Esta ayuda permite realizar, durante un curso académico, un proyecto de colaboración tutorizado por un profesor y enmarcado en alguna de las líneas de investigación del Departamento de Matemáticas.

Esta beca puede solicitarse un único curso académico, y está dirigida a estudiantes de grado que hayan superado el 75 por cierto de los créditos con una calificación mínima de 7,70 para la rama de Ciencias y que estén matriculados del resto de asignaturas necesarias para la obtención del título. Además, también pueden optar a esta ayuda alumnos de primer curso de máster que cumplan el requisito de nota mínima.

[2] Más información en *fespm.es*.
[3] Más información en *www.fbbva.es/premios/premios-investigacion-matematica-vicent-caselles-2025*.

ISSN 1988-5318

ENSEÑANZA PRIMARIA E INFANTIL

Las matemáticas de la salud

Dulce Nombre María López Moya
CEIP Clara Campoamor (Huércal de Almería, Almería)

Cuando el alumnado de 3.º B del *CEIP Clara Campoamor*, en Huércal de Almería, inició la situación de aprendizaje trimestral «Me quiero, me cuido», no podía imaginar cómo las Matemáticas les iban a ayudar a determinar hasta qué punto sus hábitos diarios eran saludables o no.

En una primera lluvia de ideas para el proyecto, los alumnos y alumnas acordaron que, para cuidarse y tener una buena salud, debemos conocer cómo funciona nuestro cuerpo y qué necesita para crecer y desarrollarse de manera saludable. Así que empezamos nuestra situación de aprendizaje investigando sobre estos aspectos.

A través del estudio de la función de nutrición y relación, vimos cómo una buena alimentación, el ejercicio, el descanso y la higiene son fundamentales para que nuestro organismo funcione correctamente. Pero, ¿cómo comprobar si realmente nuestros hábitos relacionados con estos parámetros son saludables o no? Nada más objetivo que las Matemáticas para ayudarnos a dar respuesta esta pregunta.

Empezamos analizando nuestra **alimentación**, en concreto, cómo son de saludables los desayunos que traemos al cole. El estudio de los diferentes tipos de nutrientes y del plato de Harvard, nos acercó al primer concepto matemático: las fracciones.

Estudiantes midiendo

De manera visual, comprobamos cómo el «plato» que constituye nuestro desayuno debería contener $^1/_2$ de alimentos ricos en vitaminas y minerales, $^1/_4$ de hidratos de carbono y $^1/_4$ de proteínas. Por otro lado, vimos que el azúcar es muy perjudicial para la salud y debería estar fuera de nuestros desayunos.

Buscando información, dimos con una web en la que se puede visualizar con facilidad la cantidad de azúcar de los alimentos (*sinazucar.org*). Esta web nos sirvió para comprobar el azúcar invisible que tienen los productos que consumimos y para trabajar el concepto de multiplicación. En las imágenes de la web aparecen los productos y, al lado, los terrones de azúcar que tiene cada uno (cada terrón tiene 4 g de azúcar).

Comprobamos que, para calcular el azúcar de algunos alimentos, tendríamos que hacer una suma larguísima de sumandos iguales, y recordamos que hay una operación que nos sirve para hacer esto: la multiplicación. Así que nos dispusimos a calcular el azúcar de esos alimentos multiplicando. Hubo quienes lo hicieron directamente porque ya conocían la tabla del cuatro, quienes consultaron las tablas de multiplicar y quienes utilizaron hueveras para construirlas.

Trabajando en el proyecto

Con la intención de determinar cuán saludable era nuestro desayuno, decidimos registrar lo que traíamos para comer al cole durante dos semanas. A partir de este momento, empezamos a analizar las etiquetas de los alimentos; sobre todo, la parte del valor nutricional. Vimos cómo leer este texto matemático e introdujimos las unidades de medida de masa.

Hicimos cálculos con ellas, ya que en el valor nutricional aparece el azúcar que contiene cada 100 g de producto. De este modo, si el producto tenía 200 gramos tendrían que multiplicar el azúcar por 2, si tenía 50 deberían calcular la mitad... Una vez hecho este registro, por un lado, comprobamos si habíamos traído las porciones correctas de cada nutriente y, por otro, calculamos la cantidad de azúcar total que habíamos ingerido en nuestro desayuno cada semana y cuánto habíamos sobrepasado la cantidad de azúcar que recomienda la OMS tomar como máximo al día (16 g).

Con esta actividad introdujimos la suma y la resta de números decimales. Por otra parte, como conociendo simplemente la cantidad de gramos de azúcar que tomamos, quizás no nos hacíamos la idea exacta de cuánto era, decidimos llevar a clase un peso de cocina y un paquete de azúcar para que cada estudiante pesara y se llevara a casa la cantidad de azúcar equivalente a lo que había tomado en una semana.

Además, al alumnado le interesó mucho el trabajo con

ISSN 1988-5318

las etiquetas nutricionales, así que decidimos que traerían de casa etiquetas de alimentos que consumían normalmente y las analizamos en función del azúcar y las grasas saturadas que contenían (en nuestra investigación, descubrimos que un producto, para considerarse «aceptable», no debe superar los 5 g de azúcar, ni los 5 g de grasa por cada 100 g).

Estudiantes registrando los datos

Buscamos las cantidades, las aproximamos, calculamos el total de azúcar y grasa de «x» productos, la diferencia entre el que tiene más y menos, los ordenamos del más al menos saludable...

Después de realizar estos registros, nos dimos cuenta de que teníamos que mejorar nuestros desayunos y nos propusimos diseñar un desayuno saludable para la escuela con todo lo que habíamos aprendido.

En segundo lugar, analizamos nuestros hábitos de **sueño**. En una hoja de registro que se llevó a casa, el alumnado registró las horas y minutos de sueño que tenían cada día durante una semana. Una vez registrados, nos dispusimos a plasmarlos de manera gráfica y comprobar si cumplían los parámetros saludables. Para ello, realizamos una gráfica de barras cuyo análisis nos ayudó a sacar conclusiones.

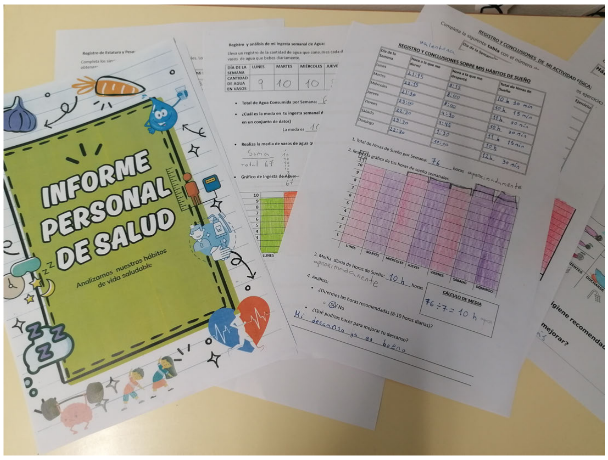
Además, realizamos la media de horas que dormimos al día para compararla con el parámetro de salud correspondiente. Por un lado, sumamos todas las horas y, por otro, los minutos. Después, con la ayuda de la calculadora, convertimos los minutos en horas para sumarlas a las horas totales.

A continuación, nuevamente con la ayuda de la calculadora, las dividimos entre 7 para hallar la media de horas de sueño diarias. Esta actividad nos permitió introducir las unidades de medida de tiempo (minutos y horas), las horas en el reloj analógico y digital, el concepto de media y los gráficos de barras.

Con nuestros hábitos de ejercicio físico, ingesta de agua e higiene, procedimos de la misma manera. En el registro de los hábitos de higiene, realizamos un pictograma y en el registro de los vasos de agua que tomamos, introdujimos también el concepto de moda como cantidad que más se repite dentro de un conjunto de datos. Además, vimos cómo medir el agua en vasos nos trae complicaciones, al no poder saber cuánta agua hemos bebido exactamente porque la cantidad que cabe no es estándar, lo que nos permitió introducir las unidades de capacidad convencionales.

Para finalizar con nuestra investigación sobre la salud, quisimos calcular nuestro IMC (Índice de Masa Corporal) y descubrimos que necesitábamos conocer nuestro peso y nuestra talla. Para empezar, los estimamos, y también los de nuestros compañeros y compañeras de equipo.

Una vez estimados, procedimos a medirnos y a pesarnos. Utilizando instrumentos de medida convencionales (una báscula y una cinta métrica), comprobamos nuestras medidas reales y calculamos en cuánto nos habíamos equivocado. Expresamos nuestras medidas en diferentes unidades y vimos las equivalencias entre ellas.



Informes elaborados por el alumnado

Finalmente, utilizamos una calculadora online de IMC para ver en qué percentil estábamos. Además, como parte del proyecto, construimos un fonendoscopio utilizando globos, embudos y un tubo, para medir nuestras pulsaciones. Registramos nuestras pulsaciones en 15 segundos y, con esa medida, calculamos cuántas eran en medio minuto y cuántas en un minuto. Después, conjeturamos qué pasaría con nuestras pulsaciones si corríamos por el patio y descubrimos que, cuando hacemos ejercicio, nuestro organismo necesita más energía y nutrientes, que transporta la sangre; por eso el corazón tiene que bombear más rápido.

Con todos los datos que fuimos recogiendo sobre nuestros hábitos, hicimos un informe personal de salud, donde recopilamos todo este trabajo e incluimos unas conclusiones, tras el análisis general de los datos. Para terminar con nuestro proyecto, realizamos una jornada de salud a la que invitamos a compañeros y compañeras de otras aulas, para concienciarles sobre los peligros del azúcar a través de una charla y unos talleres. ■

ISSN 1988-5318

ENSEÑANZA SECUNDARIA

Matemáticas recreativas en el aula a través de un escape room

Lucía Cabezas Rosa
Ismael Ruíz Rivas
IES Campos de Níjar (Níjar, Almería)

Vídeo

El alumnado del *IES Campos de Níjar* trabaja las matemáticas desde un punto lúdico para conmemorar el Día de Andalucía. A través de un *escape room* el alumnado aborda el pensamiento lógico matemático, estableciendo relaciones, realizando operaciones y trabajando la comprensión lectora, entre otros. Además, esta iniciativa promueve el aprendizaje cooperativo.

Las matemáticas, a menudo repudiadas por el alumnado en la etapa de secundaria debido a su complejidad, son más globales de lo que muchas veces nos paramos a pensar. El público general está acostumbrado a relacionar las matemáticas con cuentas, ecuaciones y problemas tediosos que no conseguían entender durante el instituto y que provocan un sentimiento de rechazo instantáneo al escuchar la palabra «matemáticas».

Es por eso que desde el proyecto realizado los dos últimos cursos en el instituto *IES Campos de Níjar* buscamos que el alumnado identifique las matemáticas no como algo difícil o aburrido, sino desde un prisma de diversión y colaboración a través de la resolución de problemas de lógica dentro de una historia coherente y convenientemente ambientada.

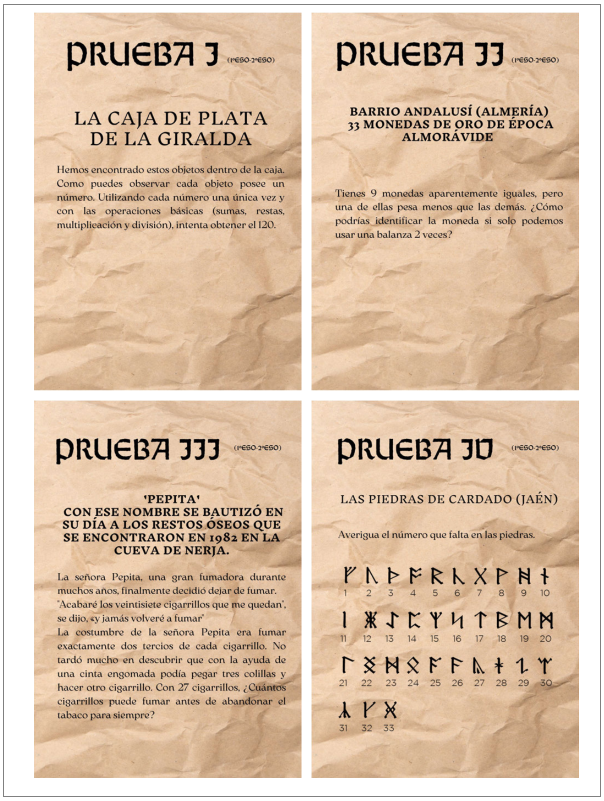
Es debido a todo esto que surgió la idea de crear un *escape room* con motivo de la celebración del Día de Andalucía, esta idea entusiasmó mucho al alumnado al ser algo conocido pero que muchos de ellos no habían experimentado todavía.

Para la preparación del *escape room* del último curso, el departamento de Matemáticas decoró un aula dedicada exclusivamente a dicha actividad, la idea era recrear una excavación arqueológica en la que el alumnado tuviera que desentrañar los misterios ocurridos y conseguir escapar a tiempo.

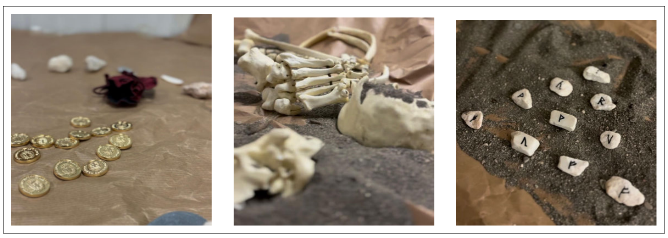
En primer lugar, el alumnado, seleccionado al azar para la actividad, recibía una carta en la que se les explicaba que se habían descubierto unos restos arqueológicos en el instituto y que tenían la misión de descubrir qué historia había detrás de dichos restos, con esto conseguimos generar expectación y que el resto del alumnado también se interesara por dicha actividad.

Como hemos comentado anteriormente, la idea de esta propuesta es ofrecer al alumnado una visión distinta de las matemáticas a la que se ve dentro del aula, es por ello que los problemas propuestos para la actividad se basaban principalmente en la lógica y el ingenio y no requerían de un gran nivel matemático, lo cual permitía que el alumnado de todos los niveles pudiera participar y disfrutar de la experiencia. Además, los problemas quedaban divididos por ciclos, cuatro problemas para 1.º y 2.º de ESO y otros cuatro, para 3.º y 4.º de ESO.

El *escape room* constaba de cuatro pruebas basadas en reliquias de Andalucía. En grupos de tres personas, con un tiempo limitado, resolvían cada prueba para obtener un número. Al finalizar las cuatro pruebas cada grupo contaba con 4 números con los que abrirían el candado de una caja en la que se encontraba el premio.



Debido a las características de los problemas elegidos, el alumnado se veía obligado a trabajar de manera cooperativa, proponer ideas y hacer uso de las capacidades predominantes en cada uno de ellos/as para superar las pruebas.



Elementos de las pruebas

Podemos concluir que ambos años la prueba fue un éxito, no solo conseguimos promover el espíritu colaborativo entre el alumnado, sino enseñarles que las matemáticas también pueden ser divertidas, y es que, no creo que haya más placer para un docente, que ver a sus estudiantes disfrutando con su materia. ■

 ISSN 1988-5318

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Use of Artificial Intelligence (AI) for learning and improving English in the classroom

María Dolores Valera Martínez
Sara Moreno Fernández
IES Albujaira (Huércal Overa, Almería)

The Mathematics Department of *IES Albujaira*, supported by the English Department and such Andalusian Government Programmes as «Investiga y Descubre» (which allows to offer educational experiences to students highly motivated for learning, as well as for students with high intellectual abilities) and «CIMA-Ámbito STEAM» (Programme of Innovation and Improvement of Learning, a pedagogical tool to promote innovation and transformation of the educational project in the centre of the school), considers of vital importance to analyse in the classroom the characteristics of bilingualism and its benefits, both on a personal and professional level, highlighting the fact that English is the main language of communication in the world.

Proficiency in English is still one of the most worrying factors in the education sector today. Speaking at least two languages, as well as being very useful for getting by in a globalised society such as ours, has beneficial effects on the brain. While possible solutions to increase students' level of English are constant communication and practice, reading, audio, watching films, etc, Artificial Intelligence (hence AI) has revolutionised the way of learning languages by providing a more personalised, interactive and effective learning experience, which translates into greater academic success and the acquisition of language skills.

AI allows the teaching process to be adapted to the learner's pace, level, needs and preferences, ensuring greater effectiveness in knowledge acquisition. Students can communicate with the AI software in real time, which encourages the practice of communication skills and the receiving of instant feedback. At the same time, AI provides a wide variety of learning materials, such as interactive exercises, multimedia content, educational games and much more, enriching the learning experience. It also facilitates the collection and analysis of student performance data, enabling teachers to identify areas for improvement, design more effective teaching strategies and objectively assess student progress.

In the context of English language learning, AI is used effectively in a number of areas, including

- Virtual tutors, providing learners with individualised practice of language skills.
- Chatbots, allowing them to practise conversational English in different contexts and levels of difficulty, encouraging fluency and confidence in speaking.
- Translation tools, helping understand and produce texts in English.
- Automated assessment, facilitating the objective assessment of students' language skills through the use of algorithms that correct exercises, analyse pronunciation and determine the student's level of proficiency.

For the above reasons, both the Maths and English Departments have designed a series of highly motivating activities in the first and fourth years of ESO, using AI apps to encourage the improvement and learning of English and to promote scientific and technological vocations in students. The proposal begins with the use of the well-known *ChatGPT* and similar apps to practice the different skills in English and continues with the creation of avatars of scientific or non-scientific characters, at the students' choice, with *HeyGen AI* or *Vidnoz AI*, from photos from the web or created with *Fotor AI*, *Leonardo AI*, *Canva AI*, *PlayGround AI*, *FireFly*, *Bing Image Creator*, *Ideogram*, etc, as well as conversations or battles of their own texts, after knowing the biography of the characters and introducing them to the other members of the group.

ISSN 1988-5318

We started using *ChatGPT* on a personal computer, and made clear to our students that they could also practice at home on a mobile phone [4].

With *ChatGPT* we can test the students' reading comprehension by selecting any written article of the subject they like and ask the AI to rewrite it with their level of English, for example B1 or B2. Then, to check their comprehension, they can ask the AI to give them a questionnaire about the article and correct it, explaining the mistakes made and how to correct them.

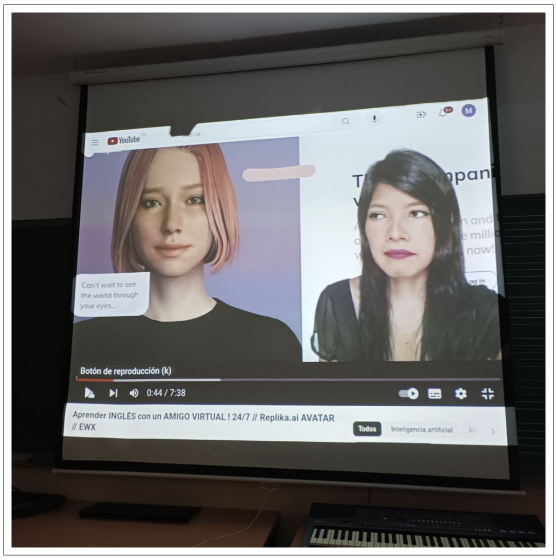
The learner can improve written comprehension by producing their own writing, asking the AI to correct, marking grammatical and spelling mistakes in a different colour, and rewriting the correct version of the learner's text. It can also be used to correct grammatical errors in sentences that the learner constructs and even ask the AI to explain theoretical concepts with practical examples.

To exercise comprehension of the above, the AI can be asked to generate exercises and, after the learner has completed them, to ask the learner to correct them. The ability to request dictation from the AI is really useful, too, as the phrases will appear written on screen, allowing for subsequent correction.

Finally, the students enjoyed keeping conversations, asking and answering questions to the AI by using the voice functions, which, of course, it transcribes in real time, to allow for residual reading comprehension of the text. To motivate students to practice English through conversation and improve their pronunciation, we also use *ELSA AI*, in which they can create a whole context or fun situation to make the conversation magic: a set-up scenario, a job interview, real life situations, colloquial conversations with friends, study topics, etc. The students played, among other things, a detective game, assigning different roles to each student, and the AI was to solve different situations described by them. In all cases, the idea produced real surprises and great satisfaction with the results obtained [5].

On the other hand, the use of avatars, whether their own or others', in the context of language learning can have various effects on learners, such as increasing motivation. It also allows learners to express their identity and play linguistic roles in a safe and comfortable way, which contributes to improving their confidence and communicative skills in the target language. Avatars facilitate interaction and collaboration between learners in virtual environments, encouraging the practice of social and communication skills in the context of the target language. Choosing one's own avatar allows learners to personalise their learning experience, which can foster self-esteem, identification with the learning process and, ultimately, language acquisition.

Despite all these positive effects, it should be noted that it is essential to take appropriate precautions in personal data protection and digital security to avoid stereotypical or unrealistic avatars. It is therefore important that the implementation of avatars in language teaching is done in a critical and reflective way.



The students chose scientific or non-scientific characters, male or female, or their own person for the creation of the avatar that would represent them and speak in their place. After reading about their biography, they had each of them introduce themselves briefly or present something characteristic about themselves [6].

After the explanation we created this avatar of Hedy Lamarr as an example [7].

To conclude the work sessions, the students did, using *Character AI*, written conversation battles with different pre-designed characters from various fields.

In conclusion, in this teaching experience the Maths and English Departments wanted to use AI not as an end, never as a substitute for the human teacher, but as a means to promote deeper and more reflective learning, focused on curiosity and innovation, critical thinking and interdisciplinarity, collaboration and communication, among other essential vital skills, with the primary intention of practising and improving the English of our young students and to meet scientific and non-scientific characters, present and past, men and women, who serve as role models and who show us that education is the only way to build a better world.

We would like to thank the UAL newsletter for being able to share this motivating, interdisciplinary and methodological experience with other fellow teachers. We hope you find it as exciting as we do. ■

[4] We were guided by many YouTube tutorials, among these the following: *youtu.be/nWvCd8lC4_Q?si=1yR64pgFURwbaHn7*, *youtu.be/FTp7xo_WefM?si=tJLWvtMGrMgf08bi* and *youtu.be/ToaMEKdTotg?si=mPhrv-TuULdi0WwK*.

[5] *youtu.be/Qi5mKV40Kmw?si=pzNHUhlOf2m28RJK*.

[6] *youtu.be/bVlcMN8PYXk?si=11yBbY_ZEwmy8ngr*.

[7] *https://drive.google.com/file/d/1TM4bvtcGPiAC4QARxCpV0vXd4XwjVO9E/view?usp=sharing*.

Concurso de problemas

Problema propuesto

Las potencias del número 6 ($6^0, 6^1, 6^2, 6^3 \ldots$) eran objeto de auténtica veneración en un bello país rodeado de montañas nevadas. Cada uno de sus reyes recibía el nombre de Augusto. Para distinguirlos, se usaba el ordinal correspondiente a su posición en la lista de reyes (Augusto Primero, Augusto Segundo, Augusto Tercero,...). Cada uno de ellos recibía un segundo entero que se calculaba sumando los números de orden del propio rey y de todos los reyes que le habían precedido. De este modo, Augusto Primero tuvo asignado el número 1, Augusto Segundo el número 3, Augusto tercero el número 6 y así sucesivamente. El rey recibía el apelativo de Mago si este segundo número era una potencia de 6.
¿Podrías determinar los reyes del país que fueron considerados magos?

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un estupendo ***reloj inteligente (smartwatch)*** y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico del Boletín `bmatema@ual.es` ***hasta el 21 de abril de 2025***.
Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

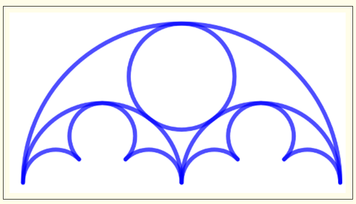
Envía tu solución a bmatema@ual.es

Resultado del concurso del número anterior

En esta edición del concurso hemos recibido muchas soluciones pero ninguna es totalmente correcta. Sin embargo el jurado ha considerado otorgar dos accésits a la soluciones enviadas por Andrés Molina Rodríguez y Zainab El Molaka Kharrou, estudiantes de 1.º de Bachillerato del *IES Aguadulce* y del *IES El Palmeral* (Vera), respectivamente.

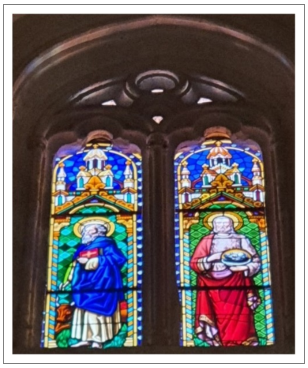
Problema propuesto en el número anterior

Este año celebramos en V centenario de la Catedral de Almería y en su fachada norte podemos encontrar una ventana sobre la que se sitúa una bonita tracería, cuya descripción es la siguiente: dentro de un semicírculo y sobre un diámetro, se encuentran otros dos, tangentes entre sí y de radio la mitad que el semicírculo donde se inscriben. Ocupando el espacio intermedio, hay un círculo completo tangente exterior a los dos semicírculos y tangente interior al semicírculo que lo alberga, como muestra la siguiente imagen:



Determinar la relación que existe entre los distintos radios de las circunferencias, en función del mayor de los radios.

Solución enviada por David Crespo Casteleiro:



Tracería en la catedral

La determinación de uno de los radios es inmediata y vamos a detallar cómo se puede obtener el radio del círculo que se halla completo, empleando la notación que aparece en la Figura 1, donde el radio dado es $\overline{AB} = 2R$, claramente, $\overline{HF} = R$ y el valor que buscamos es $\overline{GH} = r$.

Dado que la recta tangente a una circunferencia forma un ángulo recto con el radio en el punto de tangencia, $\widehat{FAG} = 90°$ y el triángulo FAG es rectángulo.

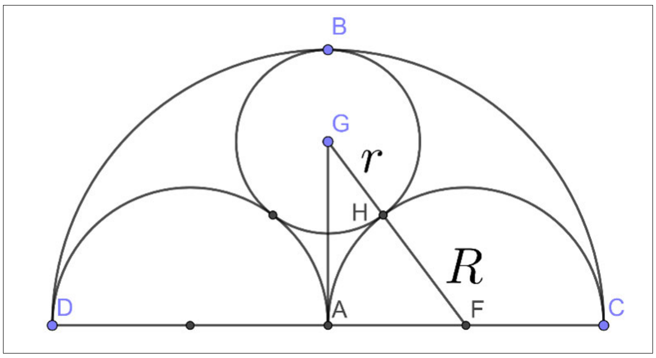


Figura 1: Representación del problema

ISSN 1988-5318

Aplicando el mismo razonamiento, los puntos G, H y F estarían alineados y por lo tanto la hipotenusa del triángulo vendrá dada por $\overline{FG} = \overline{FH} + \overline{HG} = R + r$. Pero dado que $\overline{AB} = 2R$ debe ser $\overline{AG} = \overline{AB} - \overline{BG} = 2R - r$.

Aplicando entonces el *teorema de Pitágoras* en el triángulo FAG, para relacionar los radios R y r, se obtiene que:

$$\begin{aligned}\overline{FG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{AG}^2 &\Rightarrow (R+r)^2 = R^2 + (2R-r)^2\\ &\Rightarrow R^2 + 2Rr + r^2 = R^2 + 4R^2 - 4Rr + r^2\\ &\Rightarrow 6Rr = 4R^2\\ &\Rightarrow r = \frac{2R}{3}.\end{aligned}$$

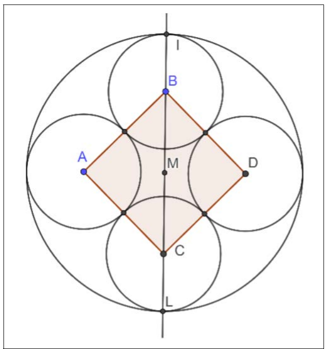


Figura 2: Esquema de los semicírculos de radio menor

Para terminar la construcción del arco, debemos inscribir en los semicírculos de radio menor, un lóbulo completo y dos medios, por lo que tendremos en primer lugar que determinar sobre qué figura regular construirlos. Puesto que los dos medios equivalen a un lóbulo que junto al completo harían dos lóbulos, el círculo completo albergaría entonces cuatro lóbulos, por lo que la figura regular de partida debe inexcusablemente ser un cuadrado (Figura 2).

Sea entonces ABCD el cuadrado de lado l oportuno y sobre cada uno de los vértices construimos una circunferencia de radio $\frac{l}{2}$. Claramente las cuatro circunferencias serán tangentes exteriores dos a dos, como muestra la imagen de la Figura 2.

Al trazar la diagonal $\overline{BC}$, esta cortará a dos de las circunferencias en los puntos I y L. Si M es el punto medio entre B y C, también lo será entre I y L, por lo que constituye el centro de la circunferencia de radio $\overline{MI}$ que circunscribe a las cuatro circunferencias erigidas sobre los vértices del cuadrado, y además por el proceso seguido, serán tangentes interiores a la circunferencia de radio $\overline{MI}$.

Pero la construcción geométrica no nos da una relación aritmética entre el lado del cuadrado y los radios de las distintas circunferencias, por lo que abordamos su obtención.

Sean entonces s y R los radios de las circunferencias, con $s < R$. El lado del cuadrado vendrá dado por $\overline{AB} = 2s$, de donde la medida de la diagonal es:

$$\overline{BC} = \sqrt{(2s)^2 + (2s)^2} = 2\sqrt{2}s.$$

De esta forma el radio

$$\begin{aligned}R = \overline{MI} &= \overline{MB} + \overline{BI}\\ &= \frac{\overline{BC}}{2} + s\\ &= (1+\sqrt{2})s \Rightarrow R = (1+\sqrt{2})s.\end{aligned}$$

En consecuencia,

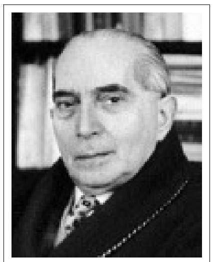
$$s = \frac{R}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}-1)R \Rightarrow s = \frac{\sqrt{2}-1}{2}2R.$$

HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Filadelfo Insolera

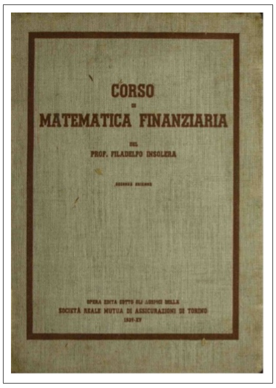
La teoría de la capitalización

Salvador Cruz Rambaud
Universidad de Almería


Filadelfo Insolera

Filadelfo Insolera (1880–1955) fue un matemático italiano nacido en Lentini, comuna italiana situada en la provincia de Siracusa (Sicilia, Italia), que destacó en los campos de la Estadística y la Matemática Financiera. Estudió en la *Universidad de Roma* donde se graduó en 1902 y donde llevó a cabo sus primeras investigaciones bajo la supervisión de Guido Castelnuovo y Vito Volterra. Posteriormente, se interesó por la Matemática Actuarial de la mano de Tullio Bagni y fue dinamizador del *Giornale di Matematica Finanziaria*, donde publicó cerca de un centenar de trabajos (O'Connor y Robertson, 2010).

En relación con su obra, nos vamos a centrar en el *Corso di Matematica Finanziaria* (1923, segunda edición publicada en 1937), manual que fue traducido al español y publicado por la Editorial Aguilar en 1950 bajo el título *Curso de Matemática Financiera y Actuarial.*



Portada de la edición original de 1937 del Corso di Matematica Finanziaria

En su obra, Insolera presenta el concepto de ley de capitalización con un nivel de generalización tal que aún, en la actualidad, continúa estudiándose en los manuales de Matemática Financiera y Actuarial.

En la segunda parte de su obra, capítulo 1 (página 112), introduce el concepto de **ley de capitalización** (*legge di capitalizzazione*) como una función del tiempo t, denotada por $\rho(t)$, continua y positiva que recoge, cuantitativamente, el efecto del que denomina «principio genético del rédito».

Más adelante, en la página 113, Insolera plantea que la

 ISSN 1988-5318

ley de capitalización puede depender de una serie de constantes $a_1, a_2, \ldots, a_n$, denominadas **parámetros de la capitalización** (*parametri della capitalizzazione*) que tienen significados concretos en la ley de capitalización, lo que hace que la ley se represente de la siguiente forma (Insolera, 1937):

$$\rho(a_1, a_2, \ldots, a_n; t).$$

Un ejemplo de ley financiera viene dado por:

$$\rho(a; t) = \frac{a}{1 + at}.$$

Si integramos la función anterior entre 0 y un instante genérico s, se tiene que:

$$\int_0^s \frac{a}{1 + at}\, dt = \ln(1 + as),$$

por lo que el **montante** (*montante*) de la operación financiera, denotado por $M(a; s)$, sería:

$$M(a; s) = M(0)e^{\ln(1+as)} = M(0)(1 + as),$$

que se corresponde con la **ley de capitalización simple**. Un paso más podría ser la siguiente ley de capitalización dependiente de dos parámetros a y r:

$$\rho(a; r; t) = \frac{a}{1 + a(t - r)},$$

que da lugar al siguiente montante:

$$M(a; r; s) = M(0)[1 + a(s - r)].$$

En este punto del ensayo, es necesario aclarar que lo que Insolera llamaba montante, en la actualidad recibe el nombre de ley financiera, y que la ley financiera de Insolera se denomina **tasa** o **tanto instantáneo de capitalización**.

Un concepto que también se introduce en este manual es el de **régimen de capitalización** (*regime di capitalizzazione*), que representa a la familia de las leyes financieras que surgen al considerar los infinitos valores de los parámetros de capitalización, representándose así (se reemplaza la variable t por x):

$$\rho(a_1, a_2, \ldots, a_n; x).$$

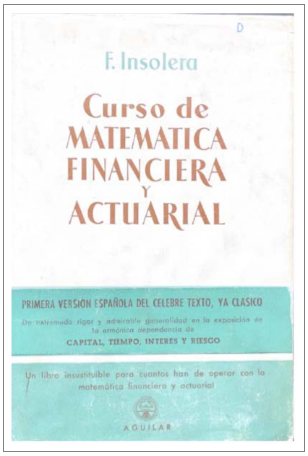
Insolera también introduce el concepto de **montante escindible en producto** (*montante scindibile per prodotto*) (Insolera, 1937, p. 115), que verifica la siguiente relación funcional:

$$M(a_i; t; s) = M(a_i; t; r)M(a_i; r; s).$$

Por último, un concepto que no figura tan desarrollado como el de ley financiera de capitalización es el de ley financiera de descuento al que llama **valor actual** (*valore attuale*), que aparece en las **operaciones de descuento** (*operazioni di sconto*) y que se representa mediante la expresión $A(a_i; t; s)$.

La forma de generar estas funciones es mediante conjugación, suponiendo que el montante y el valor actual son conjugados, es decir, están relacionados de la siguiente forma (*montanti e valori attuali conjugati*):

$$M(a_i; t; s)A(a_i; t; s) = 1.$$



Edición en español. Imagen gentileza de D. Antonio Luis Rodríguez López-Cañizares

En resumen, la obra de Filadelfo Insolera ha sido de enorme importancia en el proceso de fundamentación de la Matemática Financiera (y también Actuarial), desde el momento en que no solamente las denominadas leyes clásicas de capitalización y de descuento son importantes a la hora de modelizar la elección intertemporal de recompensas sino que, teniendo en cuenta las preferencias expresadas por personas o grupos de personas, la familia de las leyes financieras utilizadas en la práctica se ha ido incrementando bajo el paraguas del modelo general introducido por este insigne matemático italiano.

Referencias

[1] Insolera, F. (1937): *Corso di Matemática Finanziaria.* Società Reale Mutua di Assicurazioni di Torino, Torino (Italia).

[2] O'Connor, J.J. y Robertson, E.F. (2010): Filadelfo Insolera. School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews, Scotland (Reino Unido) [8].

■

[8] Disponible en *https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Insolera/*.

ISSN 1988-5318

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

Evaluando el progreso en modelado de cópulas con IA

Desde ChatGPT 3.5 hasta OpenAI o1

Jan Górecki
Silesian University in Opava, Karviná (Czechia)

Hace dos años, en la Navidad de 2022, comencé a escribir *Pair programming with ChatGPT for sampling and estimation of copulas*, motivado por mi asombro ante *ChatGPT 3.5*. Este modelo demostró capacidades notables al generar código funcional para tareas no triviales en el modelado de cópulas, un campo dedicado al estudio de la dependencia estocástica entre variables aleatorias, con aplicaciones en finanzas e hidrología. En la *Universidad de Almería*, la investigación activa en esta área incluye contribuciones de Enrique de Amo Artero y Manuel Úbeda Flores, cuyos trabajos recientes exploran la dependencia direccional en vectores aleatorios.

Mi artículo destacó el potencial de los modelos de lenguaje amplio (LLMs) para facilitar el modelado estadístico complejo. Mientras que algunos de los resultados generados funcionaron de inmediato, otros requirieron refinamientos iterativos realizados por un experto humano (yo). Estas experiencias subrayaron tanto las promesas como las limitaciones de la tecnología. Avancemos hasta hoy, y los avances en IA, particularmente con el modelo *o1* de *OpenAI*, merecen una nueva evaluación. El mecanismo de cadena de pensamiento (*chain-of-thought*) del modelo *o1* ha mejorado significativamente sus capacidades de razonamiento, cerrando brechas presentes en sus predecesores. Esta mejora, junto con desarrollos más amplios en IA, impulsa una nueva revisión de los resultados anteriores para mostrar el progreso.

En lo que sigue, se presenta una breve descripción del progreso en el campo de los LLMs, seguida de tres ejemplos seleccionados de mi artículo original sobre modelado de cópulas, ahora reevaluados para el modelo *o1*. El ejemplo final muestra un código completamente funcional para el muestreo de una cópula bivariada de Clayton (Figura 1).

El modelo *o1* emplea un enfoque de cadena de pensamiento, permitiendo un razonamiento mejorado al descomponer explícitamente los problemas en pasos intermedios antes de proporcionar una respuesta final. Este proceso de razonamiento sistemático mejora su capacidad para abordar tareas matemáticas de múltiples pasos. Mientras que *ChatGPT 3.5* a menudo fallaba en este tipo de razonamiento, *o1* demuestra una mejora notable al generar resultados precisos y fragmentos de código complejos. Sin embargo, esta capacidad tiene un costo en términos de tiempos de respuesta más lentos.

Para ilustrar el ritmo del campo de la IA, considere que el 20 de diciembre de 2024, solo dos meses después de lanzar la versión preliminar de *o1* (*o1-preview*), *OpenAI* anunció un sucesor de *o1*, el modelo *o3*. Cabe destacar que se omitió *o2* para evitar conflictos con una empresa de *Telefónica* con el mismo nombre.

Según los resultados presentados, este modelo logra puntuaciones notables en indicadores críticos: 71,7 % en *Bench Verified* para tareas de codificación y 96,7 % en el *American Invitational Mathematics Exam*, en comparación con el 83,3 % de *o1*.

Veamos algunos ejemplos de tareas y mejoras

Ejemplo 1: Formulación Analítica

Pregunta: ***¿Cuál es la forma analítica de la función de densidad de probabilidad de la cópula bivariada de Clayton? Proporcione la fórmula en LaTeX.***

Respuesta de o1:

$$c_\theta(u,v) = (1+\theta)(uv)^{-1-\theta}(u^{-\theta}+v^{-\theta}-1)^{-2-1/\theta}$$

Progreso: Hace dos años, obtuve muchas fórmulas similares, pero todas eran incorrectas. Ahora, esta derivación correcta contrasta con las dificultades de *ChatGPT 3.5* para proporcionar fórmulas precisas o completas.

Ejemplo 2: Muestreo de Cópulas

Pregunta: ***Dada la función psi(t) = (1 + t)^(-1/theta) con el parámetro theta en (0, infty), considere E1 y E2 como dos muestras independientes de la distribución exponencial estándar, y V como una muestra independiente de la distribución Gamma con parámetro de forma 1/theta y escala 1. Entonces (psi(E1/V), psi(E2/V)) es una muestra de la cópula bivariada de Clayton con parámetro theta. Codifique una función en Python ClaytonSample(theta, n) que genere n muestras.***

Código Generado (o1):

```
import numpy as np
def clayton_sample(theta, n):
 e1,e2=np.random.exponential(scale=1,size=(2,n))
 v=np.random.gamma(1/theta, scale=1, size=n)
 u1=(1 + e1/v)**(-1/theta)
 u2=(1 + e2/v)**(-1/theta)
return np.column_stack((u1, u2))
```

Progreso: Hace dos años, me tomó muchas iteraciones lograr que *ChatGPT 3.5* generara un ejemplo funcional. Ahora, observe una solución funcional y concisa, alineada con los fundamentos teóricos.

ISSN 1988-5318

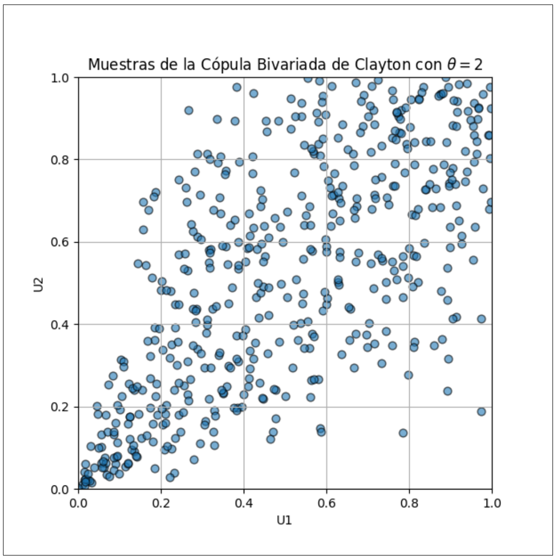


***Figura 1:** Una muestra generada por* `clayton_sample(2, 500)`*, código funcional producido por o1.*

Implicaciones de los Avances en IA

- **Razonamiento Mejorado:** El mecanismo de cadena de pensamiento ha cerrado brechas en el razonamiento matemático, haciendo que *o1* sea confiable para cálculos complejos y de múltiples pasos.
- **Eficiencia en la Codificación:** La mejora en la calidad del código reduce la intervención humana, apoyando un cambio donde los investigadores supervisan principalmente los resultados generados por IA.
- **Limitaciones:** A pesar de los avances, no significa que *o1* sea siempre correcto. Este artículo busca mostrar que lo que estaba en el límite de las posibilidades de la IA hace dos años ahora es fácilmente manejado por los nuevos modelos, demostrando el rápido avance en las capacidades de la IA.
- **Posibilidades Futuras:** En mi opinión, si el ritmo actual continúa, la IA podría producir resultados matemáticos novedosos de manera autónoma en dos años.

Como conclusión, podemos afirmar que la trayectoria de la IA sugiere cambios profundos en los flujos de trabajo de investigación. A medida que los modelos avanzan hacia la superinteligencia, como lo prevé Aschenbrenner en *The Decade Ahead* (2024), prevemos un cambio de paradigma. Los investigadores pasarán de escribir y programar a supervisar los resultados de la IA. La explosión de inteligencia, donde los sistemas de IA superen las capacidades humanas, pronto podría generar descubrimientos matemáticos autónomos revolucionarios.

Referencias

[1] Aschenbrenner, L. (2024). *Situational Awareness: The Decade Ahead.* URL: situational-awareness.ai.

[2] Górecki, J. (2024). Pair programming with ChatGPT for sampling and estimation of copulas. *Computational Statistics*, 39(6), 3231-3261.

■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

Las torres de Hanói

Alicia Bonilla Orellana
Beatriz Gil Perals
Gloria Hernández Albertos
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

La leyenda que se esconde tras el rompecabezas de las *Torres de Hanói* cuenta que, hace mucho tiempo, los monjes de un monasterio situado en la región de Hanói, Vietnam, se encontraban rezando a sus tres dioses: Brahma, el dios creador, Vishnu, el dios conservador, y Shiva, el dios destructor. Su petición se basaba en la necesidad de una respuesta a la siguiente pregunta: ¿cuándo iba a ser destruido el mundo?

En respuesta a sus plegarias, se apareció ante ellos el dios Brahma y les entregó una base con tres postes de diamante. En uno de ellos se encontraban apilados 64 discos de oro de diferentes tamaños, siendo el disco más pequeño el que se encontraba en la punta de la torre, después un disco más grande, y así sucesivamente, hasta llegar a la base de la torre, donde se encontraba el disco de mayor tamaño.

Posteriormente se apareció el dios Vishnu y les explicó el objetivo de la entrega que les había encomendado el primer dios. Debían mover todos los discos, que se encontraban en ese momento en el primer poste al tercero, siguiendo las siguientes normas:

1. Nunca puede haber un disco con radio mayor encima de otro con radio menor.
2. Los discos sólo pueden moverse de uno en uno.
3. El poste de origen y el de destino no pueden ser el mismo.

A continuación hizo su aparición el dios Shiva. Les dio la orden de comenzar y no detenerse hasta cumplir la tarea encomendada. Antes de irse les dijo: *«Cuando terminéis de mover los 64 discos, en ese preciso instante, el mundo habrá terminado».*

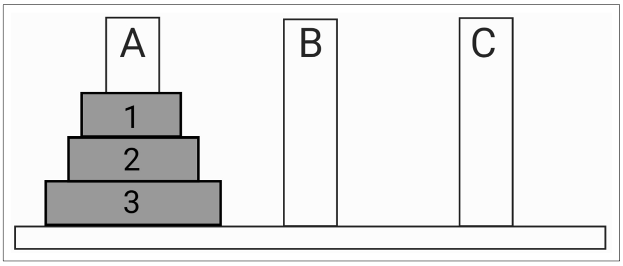
Los monjes acataron dichas órdenes y se pusieron manos a la obra. Sin embargo, la gran pregunta seguía en el aire, sin respuesta. ¿Cuándo finalizará el mundo? ¿Cuándo completarán los monjes dicha tarea?

 ISSN 1988-5318

Pues bien, ayudemos a los monjes a resolver el problema calculando cuál es el número mínimo de movimientos que se deben realizar para resolverlo.

Con la intención de calcular dicha cantidad de movimientos, analizaremos en primer lugar el problema en el caso de que solo hubiera uno, dos o tres discos.

Para facilitar la explicación, vamos a poner un nombre a los elementos del problema. Los postes en los que se colocan los discos se llamarán: A, el poste donde están los discos al inicio; B, el auxiliar; y C, el de destino o final, donde deben acabar todos los discos. Estos los numeraremos en orden de tamaño, siendo 1 el menor de ellos, 2 el segundo más pequeño, etc.



Nomenclatura

Si la torre solo tiene **un disco**, es claro que únicamente necesitaríamos *un movimiento* para trasladarlo al poste C.

Si tuviésemos **dos discos**, necesitaríamos un mínimo de *tres movimientos*, que representamos como sigue:

i. Disco 1: $A \rightarrow B$.

ii. Disco 2: $A \rightarrow C$.

iii. Disco 1: $B \rightarrow C$.

En el caso de ser **tres discos**, se requieren tres bloques de movimientos. El primer bloque consta de tres movimientos:

i. Disco 1: $A \rightarrow C$.

ii. Disco 2: $A \rightarrow B$.

iii. Disco 1: $C \rightarrow B$.

Este bloque no es más que la resolución del problema para dos discos, tomando como poste inicial el A, poste final el B y poste auxiliar el C.

El segundo bloque estará formado por un único movimiento, el mismo que cuando tenemos un solo disco:

i. Disco 3: $A \rightarrow C$.

Y el último bloque de movimientos sería:

i. Disco 1: $B \rightarrow A$.

ii. Disco 2: $B \rightarrow C$.

iii. Disco 1: $A \rightarrow C$.

Es, de nuevo, la resolución del caso de dos discos, con poste inicial el B, auxiliar el A y final el C.

Es claro que esta es la forma de resolver el problema de tres discos con un número mínimo de movimientos: *siete* en total.

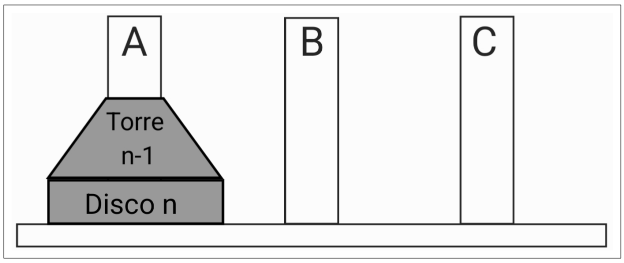
Te recomendamos que resuelvas el problema para cuatro y cinco discos utilizando el siguiente recurso online: Torres de Hanoi. Entonces, si no lo has hecho ya, posiblemente te percatarás de que resolver el problema para n discos, supone resolverlo dos veces para el caso de $n-1$ discos y una vez para un solo disco. Puesto que tenemos que dejar solo el disco n, el de mayor tamaño, moviendo los otros $n-1$ discos al poste auxiliar, para poder mover primero el disco n y luego los demás discos al poste final. Veamos esto con más detalle.

En concreto, probemos que el número mínimo de movimientos a_n que se necesitan para mover una Torre de Hanói de n discos del poste inicial al final viene dado por la siguiente relación de recurrencia:

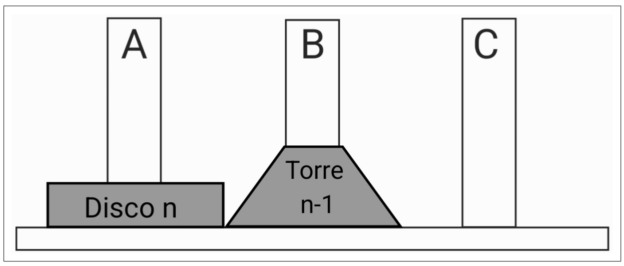
$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_n &= 2a_{n-1} + 1 \ (n \geq 2). \end{aligned}$$

Ya se ha visto que esta fórmula es correcta para $n = 1, 2, 3$. Para probarlo para un valor genérico de n discos utilicemos el método de inducción.

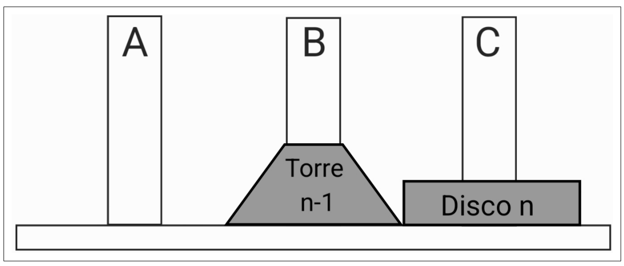
Supongamos que se ha probado hasta el caso de $n-1$ discos.



Posición inicial

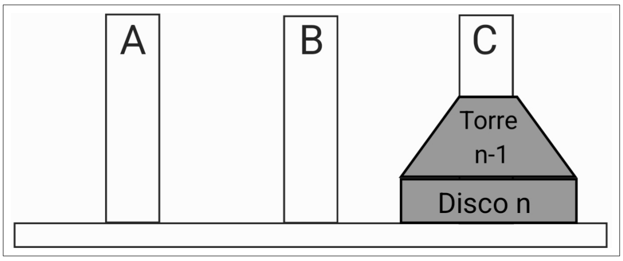


Primer bloque de movimientos



Segundo bloque de movimientos

ISSN 1988-5318



Tercer bloque de movimientos

Para n volvería a repetirse lo que se observa en las imágenes anteriores: debemos mover la torre de $n-1$ discos al poste B, lo que se ha supuesto que se puede hacer; después mover el disco n a C; y luego mover nuevamente la torre de $n-1$ discos de B a C, es decir, un total de $a_{n-1}+1+a_{n-1}=2a_{n-1}+1$ movimientos, y este sería, por tanto, el valor de a_n, como queríamos probar.

Ahora vamos a poder demostrar por inducción que el número total de movimientos a_n se puede obtener como sigue:

$$a_n = 2^n - 1.$$

Ya hemos visto que esta igualdad se verifica si $1 \leq n \leq 3$. Supongamos que se satisface hasta cierto $n-1$, y probemos el caso n:

$$\begin{aligned} a_n &= 2a_{n-1}+1 \\ &= 2(2^{n-1}-1)+1 \\ &= 2^n - 2 + 1 \\ &= 2^n - 1, \end{aligned}$$

como se deseaba probar.

En el problema de los monjes n es 64, luego el número mínimo de movimientos que tendrían que realizar es

$$2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615.$$

Imaginando que van a la rápida velocidad de un segundo por movimiento, esa cifra supone casi 585 000 millones de años, mucho más que la actual edad del universo, que no llega a 14 000 millones.

Si una persona dedicara a este juego 16 horas al día, desde que cumple 18 años, ¿cuántos discos podrá tener para que pueda completarlo antes de cumplir 100 años?

Según la fecha en que esa persona llegue a la mayoría de edad, podría trabajar hasta 19, 20 o 21 años bisiestos. Considerando el mejor de los casos, 21 bisiestos, podría dedicar 1 725 177 600 segundos a jugar, realizando el mismo número de movimientos. Ahora bien, si $a_n = 1\,725\,177\,600$, entonces

$$n = \log_2 1\,725\,177\,601 = 30{,}68 \text{ discos},$$

por lo tanto, su juego solo podría tener 30 discos.

Con 30 discos terminaría el juego mucho antes de cumplir los 100 años, tendría solo 69 y podría dedicar el resto de su vida a otra cosa, pero con 31 discos necesitaría cumplir 120 años para acabarlo.

Todos los cálculos desde que se obtuvo a_{64} son un ejercicio propuesto al lector. ■

CULTURA Y MATEMÁTICAS

Modelado geométrico de las cúpulas de la Catedral de Almería

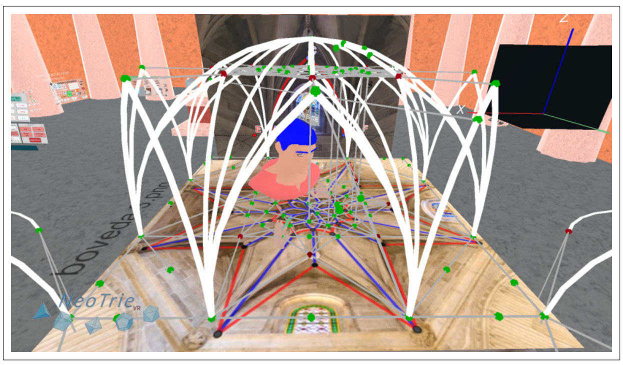
José Luis Rodríguez Blancas
Universidad de Almería

La Catedral de Almería es un testimonio impresionante del ingenio humano, combinando arquitectura, arte y matemáticas en una estructura que ha resistido el paso de los siglos. Entre sus elementos más llamativos se encuentran sus cúpulas, cuyo diseño refleja una sofisticada comprensión geométrica y estructural.

Las cúpulas de esta catedral distribuyen su peso mediante un sistema de nervios que se entrelazan en complejas configuraciones. Este diseño permite cubrir espacios amplios con una estabilidad sorprendente, optimizando el uso de materiales en una región de recursos limitados.

David Crespo comenta en su nuevo libro *La Catedral de Almería bajo una visión matemática*, recientemente publicado en la editorial de nuestra universidad y que reseñamos en este número del Boletín, que *«el gótico flamígero imprimió el gusto por las complejas y variadas bóvedas que se encuentran presentes en la catedral almeriense»*.

Sus nervaduras forman patrones radiales y poligonales que no solo refuerzan la estructura, sino que también evocan una belleza estética que conecta lo humano con lo divino. En dicho libro, el lector interesado encontrará instrucciones en *GeoGebra* de cómo construir paso a paso varias de las plantas de las bóvedas presentes en la catedral.



Recreación en Neotrie VR del diseño geométrico de la bóveda de la capilla del Cristo de la Escucha

En el siglo XVI, construir las cúpulas de la Catedral de Almería era un desafío tanto matemático como logístico. Los arquitectos empleaban herramientas como compases

 ISSN 1988-5318

gigantes y cuerdas para trazar curvas precisas, mientras que cada bloque de piedra se tallaba con exactitud para encajar en el conjunto. Las nervaduras, colocadas gracias al soporte de cimbras, actuaban como un esqueleto, permitiendo construir secciones independientes sin necesidad de apuntalamientos completos. Este enfoque innovador redujo los tiempos de construcción y garantizó la estabilidad de la estructura.

En la *Noche europea de los investigadores*, celebrada el pasado 27 de septiembre de 2024, presentamos en nuestra ciudad, una escena en el entorno de realidad virtual *Neotrie VR* donde los participantes pudieron construir esqueletos geométricos de distintos arcos y bóvedas de la catedral de Almería, con herramientas que ofrece el software.

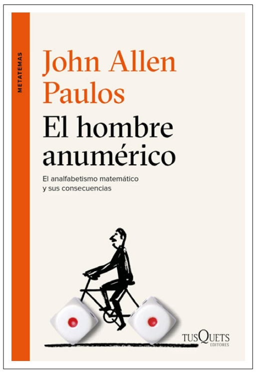
La combinación de tecnologías modernas como *Neotrie VR*, con los principios tradicionales demuestra cómo el pasado y el presente pueden unirse para preservar y comprender nuestro patrimonio. Desde las simetrías hasta la optimización estructural, estas cúpulas nos recuerdan que las matemáticas no solo describen el mundo, sino que también lo construyen. Estos monumentos son un recordatorio tangible del poder de la creatividad humana, impulsada por el rigor matemático. ■

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

El hombre anumérico.

El analfabetismo matemático y sus consecuencias

John Allen Paulos



Ficha Técnica
Editorial: Tusquets.
216 páginas.
ISBN: 978-84-9066-211-3.
Año: 2019.

John Allen Paulos es un matemático especializado en lógica matemática y teoría de la probabilidad que ha realizado una extensa labor divulgativa de las matemáticas a través de sus libros y publicaciones en prensa. Este Boletín tuvo el gran honor de publicar la entrevista que nos concedió en 2022 y que fue publicada el mes de octubre de ese año (*núm.* 1 *Vol. XVI* del Boletín).

Aunque *El hombre anumérico* fue escrito hace más de 30 años, la llamada de atención sobre lo que el autor llamó anumerismo tiene plena vigencia hoy en día. Para Paulos el anumerismo es la incapacidad que tienen muchas personas para manejar los conceptos básicos relacionados con los números y el azar. Resulta curioso que estas personas, las cuales pueden estar perfectamente instruidas en otras facetas del conocimiento humano, no tienen el menor reparo en reconocer esta incapacidad.

Lamentablemente, esta carencia puede tener serias consecuencias. Por ejemplo, la forma poco rigurosa en la que la mayoría de los periodistas y comunicadores hacen uso de las matemáticas a la hora de elaborar sus contenidos puede llevar a la desinformación de sus lectores. En cambio, el uso correcto de las matemáticas por parte de todos puede ayudar a entender mejor el mundo en el que vivimos, a tomar mejores decisiones, a ser ciudadanos más responsables y a prepararnos contra la manipulación.

En este libro se dan bastantes ejemplos de las consecuencias del anumerismo. La mayoría tienen que ver con no saber usar correctamente las probabilidades y las reglas básicas de la aritmética.

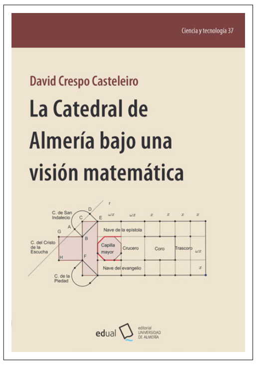
El autor apunta algunas de las posibles causas de este fenómeno. En primer lugar expone que el modo de enseñar las matemáticas en los distintos niveles del sistema educativo no es el más adecuado, principalmente en los niveles iniciales, que son los más decisivos. Haciendo algo de autocrítica, otra causa que explica el anumerismo puede ser la falta de interés en muchas ocasiones de los matemáticos a la hora de transmitir de manera amena y accesible la utilidad y la belleza de las matemáticas a los no expertos.

Finalmente, me gustaría comentar que para alcanzar los conocimientos necesarios para seguir los razonamientos en la mayor parte de este libro basta tener un poco de sentido común y algunos conocimientos de aritmética, lo cual facilita mucho su lectura. Sólo en el último capítulo es necesario estar familiarizado con la estadística y la probabilidad.

Antonio Morales Campoy
Universidad de Almería

La Catedral de Almería bajo una visión matemática.

David Crespo Casteleiro



Ficha Técnica
Editorial: Universidad de Almería.
213 páginas.
ISBN: 978-84-1351-305-8.
Año: 2024.

Tengo que reconocer que desde que tuve conocimiento de la existencia de este libro quise tenerlo entre mis manos cuanto antes, por varios motivos. El primero, por mi cercanía al autor y el conocimiento que tengo por su

 ISSN 1988-5318

buen quehacer y, por otro lado, por mi afición a la historia, más aún cuando se refiere a cuestiones relacionadas con Almería.

Si uno de los indicadores más utilizados para valorar la calidad de un producto o servicio es la diferencia entre la expectativa ante éste y la satisfacción producida a posteriori, he de decir que, en este caso, si bien mi expectativa previa era alta, mi satisfacción con el texto final la ha superado con creces.

Estamos ante una obra muy elaborada, bien documentada y excelentemente presentada, en la que se conjuga perfectamente en trinomio matemáticas–arte–historia.

El autor nos presenta, tal y como indica el título, una visión de la Catedral de Almería desde un punto diferente: las matemáticas. Pero no solo eso, el libro hace un repaso exhaustivo y a la vez ameno —hecho que no es muy frecuente— de los orígenes de este monumento tan peculiar y, a la vez, bastante desconocido por la mayoría de los habitantes de nuestra ciudad.

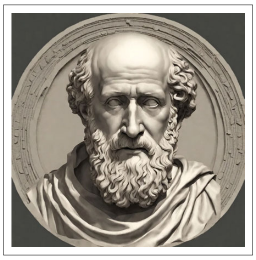
El libro se divide en 9 capítulos, partiendo de los orígenes del monumento, su construcción y su desarrollo histórico, continuando con una breve descripción de las herramientas matemáticas necesarias para una mejor comprensión con esas «gafas matemáticas» que nos proporciona este paseo y continuando con los diferentes elementos arquitectónicos que se diseccionan a lo largo del texto; la portada, la planta, los arcos, las bóvedas, finalizando en el magnífico claustro. Como colofón final, se añade un capítulo «de regalo» donde aparecen, lo que el autor denomina, *tres pequeños grandes detalles.*

En resumidas cuentas, un magnífico libro de divulgación matemática humanística que hará las delicias de un colectivo muy amplio de lectoras y lectores.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Citas Matemáticas

«Dondequiera que haya un número está la belleza».



Proclo (412–485), filósofo neoplatónico griego.

«Sólo en matemáticas cada generación añade un piso nuevo a la antigua estructura».

Hermann Hankel (1839–1873), matemático alemán.

Acertijos

Los extremos de la lista

Sabiendo que cien naturales consecutivos suman 6450, ¿Podrías calcular el menor y el mayor de todos ellos? *(En el próximo número aparecerá la solución.)*

Solución al acertijo del número anterior

Había que determinar los números que satisfacen la siguiente propiedad:

> *Si a su cuadrado le restas su cuádruplo, y a la cantidad obtenida le restas uno, el valor absoluto del resultado final es igual a cuatro.*

Si x representa un tal número, la condición requerida nos dice que

$$|x^2 - 4x - 1| = 4.$$

Equivalentemente, $x^2 - 4x - 1 = 4$ o $x^2 - 4x - 1 = -4$, es decir,

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \quad \text{o} \quad x^2 - 4x + 3 = 0.$$

Se comprueba inmediatamente que las soluciones de la primera ecuación son -1 y 5, mientras que las soluciones de la segunda son 1 y 3. Por tanto, los números buscados son $-1, 1, 3$ y 5.

Juan Carlos Navarro Pascual
Universidad de Almería

 ISSN 1988-5318

Páginas web y redes sociales

Juegos y matemáticas

anagarciaazcarate.wordpress.com

Los juegos son importantes en la historia de las Matemáticas. Algunos grandes teoremas y ejemplos han surgido como consecuencia de la resolución de retos lúdicos. No es de extrañar, por tanto, que haya varias páginas web que mezclen juegos y Matemáticas.

La página web *anagarciaazcarate.wordpress.com* nos induce, propone y muestra cómo aplicar este mundo y estas técnicas a clase de Matemáticas, especialmente en Educación Secundaria.

Se trata de una página web diseñada en formato de Blog por Ana García Azcárate. El material está organizado por temas y por tipo de juegos. Muchos son de creación propia de la autora y recogidos en varios libros y otros son recogidos de otras páginas web del Reino Unido o de Estados Unidos.

Entre los temas tratados destacan Álgebra, Geometría plana y espacial, Probabilidad y Estadística y Funciones Elementales. Cabe destacar juegos de tablero, puzles, ocas, cartas, *kakuros* y algunos de nuevo corte como el *sudomates*, mezcla de *sudokus* y de matemáticas.

El contexto y enunciados de los pasatiempos suele estar muy conectado con la vida cotidiana de los estudiantes de los niveles educativos correspondientes a ESO y Bachiller. Cada juego va acompañado de información acerca de los objetivos didácticos que persigue, lo que ayuda enormemente a los docentes que decidan usarlo. También hay claras instrucciones y ejemplos para los usuarios.

Por su gran variedad, su carácter divulgativo, su atracción para los jugadores y para la persona que lo emplee, Juegos y Matemáticas nos parece un lugar interesante para parar de vez en cuando y actualizar y visionar el material disponible.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

TERRITORIO ESTUDIANTE

2025

Un año perfecto, con magia cuadrada y cúbica

Iván José Acién Martín
Juan Francisco Cuevas Rodríguez
Rocío Guillén Manzano
Juan Rafael Sánchez Gálvez
Carmen Torres Gutiérrez
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

El comienzo de un año siempre trae consigo sorpresas, ideas y proyectos a cumplir y por supuesto, siempre se espera que sea mejor que el anterior.

Por lo menos matemáticamente nuestro querido 2025 cumple con varias características que lo hacen ser un año muy especial, por lo que dedicaremos unas cuantas líneas sobre él en nuestra sección.

¿Y por qué decimos que este año es tan peculiar?

Pues primero por el hecho de que sea un cuadrado perfecto, ya que 2025 es 45^2.

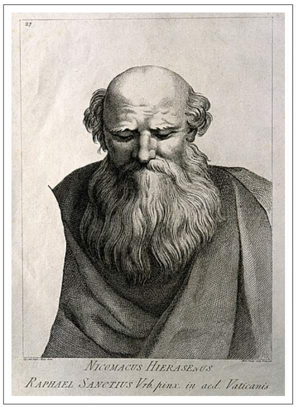
El anterior cuadrado perfecto se dio en 1936 (44^2), y los próximos tendrán lugar dentro de un poco más de tiempo, en particular 2116 (46^2) y 2209 (47^2).

Esto no es todo, profundicemos y deleitémonos con otra gran curiosidad que tiene este año, para esto prime-

ISSN 1988-5318

ro deberemos mirar atrás en el tiempo y en concreto nos situaremos en la Antigua Grecia.

Nicómaco de Gerase:



Nicómaco de Gerase

Nicómaco de Gerase fue un filósofo, matemático y músico griego de finales del siglo I. Perteneció a la escuela neopitagórica. Destacó en el ámbito de la aritmética, con la publicación de *Introducción a la aritmética*, un texto muy influyente para el desarrollo de la teoría de números, donde muestra toda o casi toda la teoría de los antiguos pitagóricos relativa a la naturaleza y proporción de los números, desarrollando las tendencias neopitagóricas en sentido de mística numérica.

Un hecho relevante fue que en dicha obra hizo una clasificación de los números basada en los números perfectos. Nicómaco dividió a los números en tres clases: los números abundantes, que tienen la propiedad de que la suma de sus divisores propios es mayor que el número $(12, 18, 20, 24\dots)$, números deficientes, que tienen la propiedad de que la suma de sus divisores propios es menor que el número $(1, 2, 3, 4, 5, 7\dots)$ y números perfectos, que tienen la propiedad de que la suma de sus divisores propios es igual al número $(6, 28, 496, 8128\dots)$.

La segunda peculiaridad del 2025 es que cumple un teorema postulado por Nicómaco de Gerase. Dicho teorema establece la siguiente relación:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Fijémonos que para $n = 9$ tenemos como resultado 2025, bastante curioso.

Para la demostración queremos demostrar que la suma de los cubos de los primeros n números naturales es igual al cuadrado de la suma de esos números, esto es escrito en forma de sumatoria.

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Simplemente habrá que aplicar la inducción matemática, para probar que ambos miembros de la ecuación resultan ser equivalentes entre sí. Lo dejamos como ejercicio para nuestros lectores.

El último número primo descubierto es un primo de Mersenne

Concretamente en octubre del pasado 2024 tuvo lugar la verificación del trabajo hecho por Luke Durant y la comunidad de usuarios en uso del software *GIMPS* era correcto y efectivamente se había descubierto un nuevo número primo; el mayor hasta la fecha. Lo especial de este hallazgo no era únicamente el hecho de conocer un nuevo número primo, sino las características que presenta. En particular, estamos hablando de un número de Mersenne. ¿Qué forma tiene un número de Mersenne?

Un número de Mersenne es de la forma $2^n - 1$ donde n es un entero positivo y se denota M_n. Los números de este tipo son por ejemplo $1, 3, 7, 15, 31\dots$.

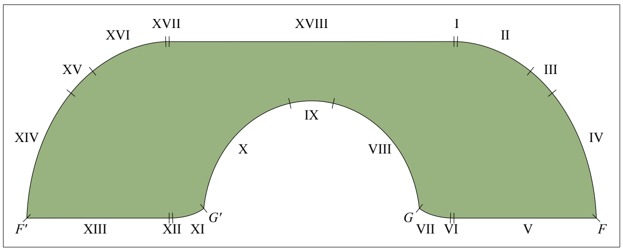
Podemos diferenciar entonces, dentro de este conjunto de números, por un lado los primos de Mersenne, y su complementario. Se cumple que todos los primos de Mersenne son de la forma $2^p - 1$, con p primo, aunque no todos los números de la forma $2^p - 1$ serán primos.

El trabajo de Durant y sus compañeros ha desembocado en el mayor número primo hasta la fecha $M_{136279841}$, que además es un primo de Mersenne. En otras palabras, el mayor primo hallado hasta el momento es $2^{136279841} - 1$, lo cual puede resultar incluso gracioso.

El problema del sofá:

El *problema del sofá*, formulado en 1966 por el matemático Leo Monser, consistía en encontrar la figura de mayor área capaz de atravesar un pasillo en forma de L con ancho unitario sin tener que sufrir ninguna deformación.

Un par de años más tarde ya salía una de las soluciones más óptimas que consistía en la clásica figura del teléfono fijo, que varias décadas más tarde fue optimizada por Joseph Gerver añadiendo curvas analíticas para recortar los bordes y poder sumar así algunas centésimas de área.



Sofá de Gerver, formado por 18 secciones curvas. Fuente: Wikipedia

Recientemente, el 29 de noviembre del pasado año, el matemático coreano Jineon Baekha ha publicado la solución al problema, aplicando la condición de inyectividad, para demostrar que la figura propuesta por Gerver es la forma más grande capaz de pasar por la esquina del pasillo.

Podríamos terminar diciendo también, respecto al 2025 que la suma de cada término que compone al 2025 es 9 $(2 + 0 + 2 + 5)$, un número que es símbolo de renovación, quizás un camino hacia nuevo conocimiento y aprendizaje. Parece que todo apunta a que este año será bastante especial, desde el Boletín deseamos un feliz 2025, cargado de sopresas matemáticas y alegría. ■

ISSN 1988-5318

Responsables de las secciones

➻ Actividad Matemática en la UAL

- *Actividades organizadas*: Helena Martínez Puertas (hmartinez@ual.es) y Sergio Martínez Puertas (spuertas@ual.es).
- *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar (balcazar@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Cristina Rodríguez Perales (crp170@ual.es).

➻ De la Enseñanza Media a la Enseñanza Universitaria

- *Experiencias docentes*: José Manuel Bonillo Viciana (josebonillomat@gmail.com), David Crespo Casteleiro (davidcasteleiro@hotmail.com), Pilar Gámez Gámez (mpgamez75@gmail.com) y María del Mar Llobregat Requena (mmar.llobregat@sek.es).
- *Enseñanza bilingüe*: Daniel Prados Torrecillas (plurilinguismo.dpal.ced@juntadeandalucia.es).
- *Concurso de problemas*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez Granero (misanche@ual.es).

➻ Enseñanza Primaria e Infantil

- *Experiencias docentes*: Nuria de los Ángeles Climent Rodríguez (climent@ddcc.uhu.es) e Isabel María Romero Albadalejo (imromero@ual.es).

➻ Divulgación Matemática

- *La Historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero (edeamo@ual.es) y Blas Torrecillas Jover (btorreci@ual.es).
- *Las Matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara (mgamez@ual.es), Antonio García Jerez (agarcia-jerez@ual.es), Juan Antonio López Ramos (jlopez@ual.es) y Ana Devaki Maldonado González (amg457@ual.es).
- *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez Álvarez (mramirez@ual.es).
- *Cultura y matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez García (jramon_sg@hotmail.com).
- *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy (amorales@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia (jcarmona@ual.es) y José Escoriza López (jescoriz@ual.es).
- *Citas matemáticas*: Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
- *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas (jrgrozas@ual.es) y José Antonio Rodríguez Lallena (jarodrig@ual.es).
- *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es).

➻ Territorio Estudiante: Iván José Acién Martín (ivanacien.tecno18@gmail.com), Juan Fco. Cuevas Rodríguez (juanfco04cr@gmail.com), Rocío Guillén Manzano (rocioguillenmanzano@gmail.com), Juan Rafael Sánchez Gálvez (jrsangal@gmail.com) y Carmen Torres Gutiérrez (arusuke73.kun@gmail.com).

 ISSN 1988-5318