Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL

Volumen XVIII. Número 3 — 30 de abril de 2025

María Victoria Otero Espinar

Contamos con la fuerza de la comunidad, el poder de los datos y de las demostraciones

Tenemos el inmenso honor de contar en este número del Boletín con la entrevista que ha tenido a bien concedernos la actual presidenta de la *Real Sociedad Matemática Española*, María Victoria Otero Espinar.

Recién elegida como presidenta de la Sociedad, la profesora Otero nos aporta su visión sobre el presente de las matemáticas en nuestro país y los retos a los que nuestra disciplina se enfrenta.

Sin duda, una interesantísima entrevista. Todo un lujo para nuestro Boletín.

(Entrevista completa en la página 2)

Microrrelatos matemáticos

Los microrrelatos están de moda. Programas radiofónicos proponen concursos en los que los oyentes participan masivamente en esta modalidad literaria tan sencilla en su propuesta como complicada de llevar a cabo con éxito.

En la sección *Cultura y matemáticas*, nuestro compañero José Ramón Sánchez García comienza esta andadura, que esperamos que tenga continuidad, con un primer microrrelato con las matemáticas como *leitmotiv*. El Boletín, siempre abierto a nuevas experiencias sobre las matemáticas, recoge esta idea con ilusión y anima a nuestros lectores a participar enviándonos sus microrrelatos.

(Ver artículo en la página 23)

Editorial: Impulso al razonamiento matemático

Con este nuevo número del Boletín completamos el volumen XVIII, celebrando así 18 años en los que hemos compartido experiencias que han inspirado al profesorado y motivado al alumnado.

Nuestro gran objetivo ahora es continuar, manteniéndonos como un recurso para el aprendizaje y la consecución de una educación inclusiva, equitativa y de calidad, en línea con la *Agenda para el Desarrollo Sostenible*.

Además, desde el Boletín valoramos positivamente que la *Junta de Andalucía* haya iniciado un plan para el fomento del razonamiento matemático y esperamos que se le aporten al profesorado las herramientas y medios necesarios para su consecución. Por nuestra parte, seguiremos aportando experiencias, recursos y materiales didácticos para las Matemáticas en diferentes etapas educativas, con el propósito de desarrollar en el alumnado las bases matemáticas que, sin lugar a duda, necesitarán a lo largo de su vida.

Para ello contamos con el apoyo decidido de todos los que elaboramos el Boletín, un grupo de más de 30 personas, que junto con autores de artículos, estudiantes que participan en el concurso de problemas y, por supuesto, nuestros lectores, nos han permitido llegar a estos 54 números llenos de una vitalidad matemática que supera en cada número nuestras expectativas.

Resumen

Actividades matemáticas p. 2

Enseñanza primaria p. 9

Enseñanza secundaria p. 10

Concurso de problemas p. 13

Divulgación matemática p. 15

Territorio estudiante p. 26

Correo electrónico:
bmatema@ual.es

EDITORES

Juan José Moreno Balcázar
balcazar@ual.es

Isabel María Ortiz Rodríguez
iortiz@ual.es

Fernando Reche Lorite
freche@ual.es

ISSN 1988-5318
Depósito Legal: AL 522-2011

ENTREVISTA

María Victoria Otero Espinar

Presidenta de la Real Sociedad Matemática Española

Juan José Moreno Balcázar
Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

M.ª Victoria Otero

La actual presidenta de la *Real Sociedad Matemática Española* (RSME), María Victoria Otero Espinar, ha tenido la amabilidad de concedernos esta entrevista al Boletín.

La profesora Otero es catedrática de Análisis Matemático de la *Universidade de Santiago de Compostela* (USC) y miembro del *Centro de Investigación y Tecnología Matemática de Galicia* (CITMAga). Ha sido decana de la *Facultad de Matemáticas* de la USC y presidenta de la *Conferencia de Decanos de Matemáticas*.

La RSME es una institución centenaria, ¿qué papel cree que deben jugar las sociedades científicas en el entorno actual en el que abunda la desinformación y actitudes negacionistas?

Realmente la ciencia ha tenido que hacer siempre frente a la resistencia de una parte de la sociedad. Eso forma parte de nuestra historia, desde la controversia que provocó Galileo al asegurar que era la Tierra la que giraba alrededor del Sol, a la revolución del conocimiento de Descartes o la teoría de la evolución de Darwin, todavía hoy cuestionada.

ES IMPORTANTE QUE COMO SOCIEDAD CIENTÍFICA NOS INVOLUCREMOS EN PROMOVER LA EDUCACIÓN Y LA DIVULGACIÓN CIENTÍFICA, OFRECIENDO INFORMACIÓN CLARA Y PRECISA BASADA EN EVIDENCIA

La desinformación y el negacionismo forman parte de la historia de la ciencia, pero ahora estas corrientes son exponenciales y corren como la pólvora a través de las redes sociales e Internet. La pandemia, la polarización política y las tensiones mundiales probablemente han agudizado los ataques a la ciencia y a los investigadores.

Como sociedades científicas, y en particular desde las matemáticas, nosotros contamos con la fuerza de la comunidad, con el poder de los datos y las demostraciones, y debemos seguir trabajando en una ciencia que no conoce fronteras, y que es imprescindible para seguir avanzando en la senda del progreso y del conocimiento. También es importante que como sociedad científica nos involucremos en promover la educación y la divulgación científica, ofreciendo información clara y precisa basada en evidencia y desmitificando mitos. Fomentar un diálogo abierto y constructivo con la comunidad puede ayudar a construir confianza y credibilidad.

Un hecho preocupante es la cada vez mayor falta de vocación docente en los estudiantes de Matemáticas, ¿qué opina al respecto?

Creo que no se trata tanto de una falta de vocaciones como de expectativas de vida de nuestros titulados, ya que la empresa y otros ámbitos con elevada demanda de matemáticos ofrecen mejores salarios, un mayor reconocimiento y posibilidades de desarrollo.

Tenemos que conseguir que los jóvenes vuelvan a ver la enseñanza como una opción atractiva, pero para ello es necesario mejorar las condiciones laborales y quizás también la valoración social de la docencia, últimamente bastante debilitada. Fomentar un ambiente donde se valore la enseñanza y se reconozca su importancia podría ayudar a atraer a más estudiantes hacia esta profesión.

Además, sería importante implementar programas que muestren las diversas y gratificantes experiencias que se pueden tener como docentes, así como ofrecer apoyo y recursos para aquellos que decidan seguir este camino.

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS NO SOLO REQUIERE UN BUEN DOMINIO DE LA MATERIA, SINO TAMBIÉN UNA PASIÓN POR COMPARTIR ESE CONOCIMIENTO Y MOTIVAR A OTROS

Estamos ante un problema muy serio que no solo tiene consecuencias negativas en la educación secundaria, sino también en la enseñanza superior, donde ya tenemos dificultades para cubrir las plazas vacantes, con el consiguiente daño tanto a nivel de docencia como de investigación. Sabemos que esto es algo que también afecta a otras áreas STEM, pero que desde luego puede tener efectos muy graves en el conjunto del sistema de ciencia y tecnología español.

En relación a la cuestión anterior, si las matemáticas preuniversitarias son enseñadas por no titulados en grados de matemáticas, ¿qué influencia cree que puede tener para la formación de los estudiantes?

Desde la RSME llevamos mucho tiempo avisando de esta situación. No entramos en si un docente con otra titulación puede enseñar mejor o peor esta asignatura, porque eso dependerá de cada caso particular, lo que sí creemos es que un matemático o matemática lógicamente va a tener unos conocimientos mucho más sólidos sobre la materia, y que además debe tener las competencias necesarias para impartirla, de ahí la importancia del acceso al máster de formación del profesorado.

 ISSN 1988-5318

La enseñanza de las matemáticas no solo requiere un buen dominio de la materia, sino también una pasión por compartir ese conocimiento y motivar a otros. Las matemáticas no son solo un conjunto de fórmulas y rutinas establecidas, debemos fomentar otros enfoques como el razonamiento, la creatividad o el pensamiento abstracto para despertar el interés de los estudiantes y hacer frente a los nuevos desafíos científicos y tecnológicos. Hay mucho en juego.

Observamos que en los últimos tiempos ha decrecido la presencia femenina en los grados en Matemáticas, ¿a qué cree que puede deberse? ¿Cómo ve el futuro en esta cuestión?

Efectivamente, en los últimos años se ha producido un descenso de las vocaciones de mujeres en matemáticas. Tradicionalmente hay una mayor presencia en el grado y luego se produce el llamado efecto tijera, con un progresivo descenso a partir del postgrado. Lo preocupante es que ahora empieza a haber menos mujeres en el grado, y eso coincide con el auge y el prestigio que han alcanzado las matemáticas, con grados y dobles grados que copan las notas de corte más altas en toda España.

Posiblemente las niñas y jóvenes encuentran las matemáticas lejanas de una realidad cotidiana. Por eso es importante fomentar la divulgación de las matemáticas enfatizando su utilidad y su aportación a las mejoras sociales

Una razón que manejamos se refiere a una menor competitividad y autoestima, así como mayor autoexigencia, en las chicas, que les pueden hacer percibir, aunque ellas obtengan mejores notas en Matemáticas, que no son capaces de completar estos estudios, que son algo para los chicos, y esto es algo que deberíamos trabajar desde edades muy tempranas.

Por otro lado, posiblemente las niñas y jóvenes encuentran las matemáticas lejanas de una realidad cotidiana. Por eso es importante fomentar la divulgación de las matemáticas enfatizando su utilidad y su aportación a las mejoras sociales. Necesitamos mujeres en matemáticas por muchos motivos, entre ellos por una cuestión de equidad y justicia social, por los enfoques que pueden aportar en el desarrollo de algoritmos o la Inteligencia Artificial, o por la necesidad de que las niñas cuenten con referentes en este campo.

Actualmente los estudios de Matemáticas están de moda, la nota de acceso a estos grados está al nivel de las disciplinas sanitarias, ¿cómo valora esta situación?

Creo que hay un evidente desajuste entre la oferta y la demanda de las plazas de matemáticas, que es lo que ha provocado que las notas de corte se hayan disparado de esta forma en los últimos años.

Quizás sería el momento ya de hacer una reflexión sobre la necesidad de perfiles matemáticos en nuestra sociedad y la oferta de plazas disponibles, especialmente en las universidades públicas, para que todos aquellos jóvenes que de verdad quieran acceder a estos estudios tengan mayores oportunidades.

Nos encontramos con estudiantes que son muy buenos en matemáticas y a lo mejor no tanto en otras materias, pero claro, eso ya les hace descender la nota. Esto ha ocurrido incluso con alguno de nuestros participantes en la *Olimpiada Matemática Española*, que luego han acabado en universidades de prestigio en otros países, y es una pérdida de talento que no nos podemos permitir.

La IA es ya una realidad, ¿cómo cree que afectará a la enseñanza de las matemáticas?

La Inteligencia Artificial es una tecnología todavía joven cuyo alcance casi no podemos ni imaginar. Tenemos la oportunidad de abrir una reflexión profunda y serena sobre cómo conseguir que sea una aliada para la enseñanza, de apoyo al profesorado y el personal educativo, por ejemplo, en el desempeño de tareas rutinarias, en las correcciones o a la hora de obtener información sobre cómo aprende el alumnado.

M.ª Victoria con Juan José Moreno y Enrique de Amo

Los estudiantes también la pueden utilizar de forma responsable, sin que ello suponga, por así decirlo, una atrofia en su desarrollo personal y académico. Uno de los mayores peligros al que nos enfrentamos es que nos haga perder la capacidad de pensar o razonar, aparte de otros riesgos implícitos como los sesgos que la IA puede contener en cuanto a calidad de los datos que se manejan o los propios de género. Por eso tenemos que fomentar ciertas competencias transversales, especialmente entre el alumnado, que nos ayuden a mantener el control, la creatividad y el espíritu crítico.

Eso es algo ante lo que no podemos esperar, porque efectivamente la IA está aquí y ha llegado para quedarse.

 ISSN 1988-5318

En relación a la pregunta anterior, ¿cree que la IA será una oportunidad de trabajo para los matemáticos y matemáticas?

Gobiernos, instituciones y empresas han puesto el desarrollo de la IA en el centro de sus estrategias de innovación, con un fuerte aumento de inversión y demanda de especialistas en este campo. En este sentido, hay múltiples perfiles laborales relacionados con los datos y la Inteligencia Artificial que requieren de formación matemática, y además creo que podemos ser una pieza esencial para garantizar los principios éticos en su desarrollo.

Tenemos una responsabilidad en este sentido que no podemos obviar. En definitiva, la IA abre nuevas oportunidades profesionales que, por otro lado, pueden agudizar la crisis de vocaciones docentes que antes comentábamos.

Respecto a la investigación, los jóvenes investigadores están sometidos a una gran presión por publicar lo que les puede hacer presa de la revistas y editoriales depredadoras, ¿cómo se puede actuar desde la RSME para evitar comportamientos poco éticos y fomentar la investigación de calidad?

Hace algún tiempo la RSME hizo un informe sobre los efectos perniciosos de la evaluación de la investigación a través de métricas, como índices de impacto o rankings de universidades, en las que se premia a los investigadores más por la cantidad que por la calidad. Esto hizo que la integridad de la investigación matemática se viera amenazada por la proliferación de revistas de baja calidad.

PARA EVITAR COMPORTAMIENTOS POCO ÉTICOS Y FOMENTAR LA INVESTIGACIÓN DE CALIDAD, ES NECESARIO CAMBIAR ESTE SISTEMA DE EVALUACIÓN

Esta situación genera una inquietud legítima entre los investigadores, quienes buscan plataformas adecuadas y confiables para compartir sus hallazgos. Está claro que, para evitar comportamientos poco éticos y fomentar la investigación de calidad, es necesario cambiar este sistema de evaluación.

Desde la RSME apostamos por la eliminación de baremos basados únicamente en criterios bibliométricos y cuantitativos, teniendo más en cuenta criterios cualitativos como el impacto de la investigación y las aportaciones individuales de los investigadores en sus resultados, así como dar un peso relevante a las valoraciones de las personas expertas. Es vital que luchemos por que la calidad del trabajo científico sea valorada en su justa medida, de modo que el avance del conocimiento sea incuestionablemente la meta de todos aquellos que se dedican a la investigación.

Finalmente, agradeciendo que haya accedido a esta entrevista, ¿le gustaría añadir alguna cosa más?

En primer lugar, quiero agradeceros vuestra invitación para realizar esta entrevista para el Boletín matemático de la UAL. Esto me permite felicitaros por el gran compromiso que desde la *Universidad de Almería* tenéis con las matemáticas en todos sus aspectos, la formación, la investigación, la divulgación y su transferencia.

Mi relación con los matemáticos y matemáticas de esta universidad se remonta a muchos años atrás. A lo largo de este tiempo, he tenido el privilegio de observar de cerca su inquebrantable dedicación y compromiso hacia la mejora y el avance de las matemáticas. Su pasión por la enseñanza y la investigación no solo ha enriquecido el conocimiento en esta disciplina, sino que también ha inspirado a generaciones de estudiantes a explorar y apreciar la belleza y la complejidad de las matemáticas. ■

Actividades matemáticas

Entrega del premio del Boletín

Los días 3 y 10 de marzo fueron entregados sendos accésits correspondientes al *Concurso de problemas* del Boletín a Zainab El Molaka Kharrou en el *IES El Palmeral* de Vera y a Andrés Molina Rodríguez en el *IES Aguadulce*.

Los premiados, Zainab (izda.) y Andrés (dcha.)

En los actos de entrega, a los que asistieron los editores del Boletín Juan José Moreno Balcázar y Fernando Reche Lorite se impartió una charla divulgativa en primero de bachillerato, titulada *Las matemáticas en las series de televisión*, en la que los estudiantes participaron activamente.

Día Internacional de las Matemáticas

La *Facultad de Ciencias Experimentales* conmemoró el 14 de marzo el *Día Internacional de las Matemáticas* con una jornada de actividades en la que participaron cerca de 450 estudiantes procedentes de 9 centros de la provincia.

El número π se convirtió en el protagonista de la celebración, inaugurándose la jornada con el despliegue por el campus de una lona que contenía la parte entera y sus 1000 primeras cifras decimales, continuando la exitosa actividad que se desarrolló el curso anterior.

ISSN 1988-5318

La lona con los 1000 primeras cifras decimales del número π

Matemápolis

Como parte de la celebración, José Luis Rodríguez Blancas, profesor del Departamento de Matemáticas de la UAL, impartió la conferencia *Explorando Matemápolis en Realidad Mixta: Un Viaje Interactivo por la Geometría* [1].

Posteriormente, los asistentes disfrutaron de un vídeo sobre el número π y terminó la jornada con una visita a la exposición *Matemáticas para un mundo mejor* en el Aulario IV de la *Universidad de Almería*.

II Liga Matemática

Del 6 al 9 de abril, la *Universidad de Oviedo* albergó la fase final de la segunda edición de la *Liga Matemática* 2024/25, en la que se enfrentaron los cuatro equipos finalistas de la fase regular: *Epsiloneta*, de la *Universidad de las Islas Baleares*; *DerUVAda*, de la *Universidad de Valladolid*; *GaUB* de la *Universidad de Barcelona*; y *EHUler*, de la *Universidad del País Vasco*. Resultó ganador el equipo*DerUVAda*.

La *Liga Matemática* es una competición nacional, organizada por la *Asociación Nacional de Estudiantes de Matemáticas*, para promover las matemáticas y unir a los estudiantes de esta disciplina.

Esta segunda edición ha contado con la participación de 30 equipos, que se han ido enfrentando semanalmente resolviendo tres problemas matemáticos en un tiempo máximo de 90 minutos. Al igual que en los partidos de fútbol, cada victoria otorgaba tres puntos y los empates sumaban un punto, determinando así la clasificación general.

Integrantes de GalUALs entrenando

El equipo *GalUALs* de la *Universidad de Almería*, que se alzó el año pasado con la victoria, ha tenido una brillante actuación en esta nueva edición. ¡Animamos a los estudiantes a seguir participando con el mismo entusiasmo y pasión!

V Feria Aula Almería

Durante los días 8 y 9 de abril, el campus de la *Universidad de Almería* acogió la *V Feria Aula Almería «Construye tu futuro»*, un instrumento para ayudar a los jóvenes de nuestra provincia a encontrar el camino hacia sus futuros estudios y profesión.

Organizada por la UAL, en colaboración con la *Junta de Andalucía*, *Diputación de Almería*, *Ayuntamiento de Almería* y *Cajamar*, congregó a cerca de 5500 estudiantes de secundaria procedentes de 60 centros de la provincia, ofreciéndoles en un mismo espacio distintas posibilidades para continuar su formación con estudios universitarios, ciclos formativos o a través de las Fuerzas y Cuerpos de Seguridad del Estado.

Los 32 stands de la feria se han complementado con talleres, conferencias, charlas de divulgación y charlas-debate en las distintas ramas de conocimiento.

En el stand de la *Facultad de Ciencias Experimentales* se realizaron diversas actividades lúdico–divulgativas, además, se han dado a conocer los títulos del Centro en la conferencia *Tú haces Ciencia*.

Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia

El 11 de febrero se celebró el *Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia*. En el marco de esta efeméride, el *Vicerrectorado de Igualdad, Inclusión y Compromiso Social* de la UAL organizó una nueva edición de la actividad *Una científica visita tu centro* en la que casi un centenar de científicas de la UAL visitaron cerca de 90 centros educativos de la provincia para despertar vocaciones científicas en las jóvenes.

Carteles anunciadores

Del Departamento de Matemáticas, M.ª Luz Puertas González visitó el *IES Gaviota* de Adra y M.ª Inmaculada López García los centros de Vera (*IES El Palmeral*, *IES Alyanub* y *Valdeserra International School*). Estas investigadoras charlaron sobre su propia trayectoria profesional y los estudios de ciencias e ingeniería que ofrece la UAL, además de realizar otras actividades interesantes como un taller sobre optimización utilizando piezas de ajedrez.

[1] Disponible en el canal de YouTube de la Facultad *www.youtube.com/watch?v=zOSBj-YtW5Q*.

ISSN 1988-5318

Docentes de la Facultad de Ciencias Experimentales

A la celebración de este día se sumó también la *Facultad de Ciencias Experimentales*, con la realización de fotos de grupo de docentes e investigadoras de la Facultad, pilar fundamental y referente para futuras generaciones.

Viernes científicos: la Estadística en el día a día

La *Facultad de Ciencias Experimentales* celebró el 21 de febrero la 114.ª edición de los *Viernes Científicos*, teniendo como ponente invitada a Anabel Forte Deltell, profesora del Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la *Universidad de Valencia*, quien impartió la conferencia *Estadística para entendernos*.

Presentación de la ponente

Anabel explicó que la Estadística es una poderosa herramienta que permite comprender el mundo que nos rodea, ilustrando con multitud de ejemplos reales cómo esta disciplina está presente en aspectos muy diversos de la vida cotidiana. Además, enfatizó que, en un mundo inundado de información y desinformación, la capacidad de interpretar datos, detectar errores y cuestionar afirmaciones mal fundamentadas son claves para que no nos engañen.

Un momento de la conferencia

La Estadística es una herramienta necesaria para tomar decisiones responsables y contribuir a construir un entorno más informado y justo. Puede verse la conferencia en *www.youtube.com/watch?v=F3FmG1UHU8Y*.

Jornada de Investigación y Transferencia Matemáticas en la Investigación Médica

El *Centro de Desarrollo y Transferencia de Investigación Matemática a la Empresa* (CDTIME) de la UAL organizó el 14 de marzo una jornada dedicada a las matemáticas en la investigación en medicina.

Foto de familia de la actividad

La jornada supuso un punto de encuentro de investigadores para el establecimiento de futuras colaboraciones.

El programa completo de la jornada puede consultarse en la *página web* del centro.

Conferencias sobre aplicaciones de las Matemáticas

El día 7 de abril, José Antonio Carrillo de Plata, catedrático de la *Universidad de Oxford*, con galardones como la *Medalla Echegaray*, impartió la conferencia *Ecuaciones de agregación-difusión para el comportamiento colectivo en las ciencias*, organizada por el *Departamento de Matemáticas* y la *Facultad de Ciencias Experimentales*.

José Antonio Carrillo y Antonio Malpica con Juan José Moreno, Decano de la Facultad de Ciencias Experimentales y Gracia Castro, coordinadora del Grado en Medicina

ISSN 1988-5318

El 8 de abril, dentro de la *Jornada de Matemáticas y Salud «Modelos matemáticos que ayudan a entender y tratar enfermedades»*, organizada conjuntamente por la *Escuela Internacional de Doctorado* y el Grupo de Investigación *Tecnohealth–Tecnología aplicada a la Salud*, José Antonio Carrillo nos habló de *Modelos de poblaciones celulares en biología matemática: adhesión, difusión y proliferación* y Antonio Malpica Morales, del *Imperial College London*, sobre *Descifrando el nervio vago: predicción de glucosa en sangre con ecuaciones diferenciales neuronales*.

Actividades de la SAEM Thales

La *SAEM Thales* ha organizado las siguientes actividades:

- *XIX Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas* (CEAM), celebrado del 12 al 14 de abril en Huelva.
- *XL Olimpiada Matemática Thales* para alumnado de 2.º de ESO. El 15 de marzo se celebró la Fase Provincial en el *IES Murgi* de El Ejido. Esta fase ha contado con la colaboración de la *Facultad de Ciencias Experimentales*. Del 15 al 18 de mayo será la fase regional en Granada, y del 25 al 28 de junio la fase nacional en Albacete.
- *VII Encuentro APM-FESPM. Herramientas tecnológicas para la gestión del aprendizaje en matemáticas*, que se celebrará del 23 al 25 de mayo en Vigo (Pontevedra).

Más información en *ceam.saemthales.es*.

Noticias matemáticas

Columnas de divulgación matemática

Los periódicos almerienses *Diario de Almería* e *Ideal* publican regularmente artículos de divulgación científica en colaboración con la *Facultad de Ciencias Experimentales*. Los relacionados con las matemáticas, desde la publicación del último número del Boletín, son:

- *¿Y si las matemáticas no existiesen?*, por Fernando Reche Lorite (31/01/2025).
- *La mujer que amó los números*, por Juan José Moreno Balcázar (06/03/2025).
- *Investigación: una forma de vida*, por Cristina Rodríguez Perales (28/03/2025).

LXI Olimpiada Matemática Española

Pablo Megías

Entre los días 27 y 30 de marzo se celebró en Gijón la fase nacional de la *Olimpiada Matemática Española*, organizada por la *Real Sociedad Matemática Española*.

Participaron 77 estudiantes de todo el país y se otorgaron seis medallas de oro, doce de plata y dieciocho de bronce.

Pablo Megías Martínez, alumno de 1.º del Programa del Diploma del Bachillerato Internacional de *SEK Alborán*, ha representado a la provincia de Almería tras clasificarse en la fase local entre los tres mejores de la provincia y quedar entre los 12 primeros participantes en la fase autonómica.

European Girls' Mathematical Olympiad 2025

Del 11 al 17 de abril se celebró en Pristina (Kosovo) la *Olimpiada Europea Femenina de Matemáticas* (EGMO 2025), una iniciativa que tiene como objetivo motivar a las chicas para que participen en competiciones nacionales e internacionales de matemáticas, así como animar a las jóvenes a cursar carreras STEM.

El equipo español con su tutora

El equipo español estuvo integrado por cuatro de las cinco chicas mejor clasificadas en la *II Olimpiada Femenina Española Matemática*, las cuales habían destacado en la fase local de la *LXI Olimpiada Matemática Española*.

El equipo español obtuvo una medalla de plata para Vera Morancho Bargas y dos menciones de honor alcanzadas por Ariadna Franch Pérez y Eulàlia Gaya Bretones. ¡Enhorabuena a todo el equipo!

Más información en *egmo2025.com*.

ISSN 1988-5318

12 de mayo, Día Internacional de las Mujeres Matemáticas

El 12 de mayo se celebra el *Día Internacional de las Mujeres Matemáticas* en reconocimiento al trabajo de miles de mujeres especializadas en este campo que, a pesar de las dificultades, lograron destacar, transformándose en un ejemplo para futuras generaciones.

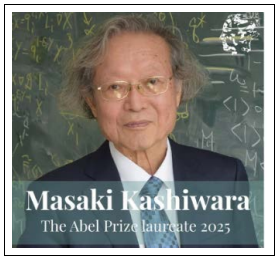
Para conmemorar este día se están organizando actividades que se desarrollarán durante el mes de mayo por todo el mundo.

Su primera celebración fue en 2019, tras la propuesta del *Comité de Mujeres y Matemáticas* de la *Sociedad Matemática Iraní* durante el *World Meeting for Women in Mathematics* del *International Congress of Mathematicians* 2018. La fecha conmemora el nacimiento de la matemática iraní Maryam Mirzakhani (1977–2017), primera mujer en ganar la *Medalla Fields*.

Más información en *may12.womeninmaths.org*.

Premio Abel 2025 para Masaki Kashiwara

El 26 de marzo la *Academia Noruega de Ciencias y Letras* otorgó el *Premio Abel* 2025 al matemático japonés Masaki Kashiwara *«por sus contribuciones fundamentales al análisis algebraico y a la teoría de la representación, destacando su desarrollo de la teoría de los D-módulos y el descubrimiento de las bases cristalinas»*.



Masaki Kashiwara

Kashiwara es considerado el fundador de la teoría analítica D-módulos, una herramienta clave en muchas ramas de las matemáticas que ha contribuido a crear puentes entre áreas diversas, como la geometría algebraica, la teoría de representaciones y el análisis matemático.

A lo largo de su carrera, Kashiwara ha sido reconocido con múltiples premios como el *Iyanaga* en 1981, el *Asahi* de Ciencias en 1988, el *Premio Fujihara* en 2008 y la *medalla Chern* de la *Unión Matemática Internacional* en 2018, entre otros.

Este nuevo galardón, dotado con 7,5 millones de coronas noruegas, le será entregado el próximo 20 de mayo en un acto en la *Universidad de Oslo*.

El *Premio Abel* se denomina así en recuerdo del matemático noruego Niels Henrik Abel (1802–1829) y fue establecido en 2002.

XXVI Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas

El *XXVI Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas* tendrá lugar en Granada entre los días 22 y 26 de julio. Bajo el lema *De Granada a España y de vuelta a Granada*, esta edición marcará el 25 aniversario del evento, celebrándose en su ciudad natal.

Cartel del encuentro

Desde el comité organizador se está preparando un encuentro muy especial, centrado en la transversalidad de las matemáticas, para destacar su importante papel en ámbitos tan diversos como la ciencia, la tecnología, el emprendimiento y la innovación.

Más información en *enem.anem.es/2025*.

Noche Europea de los Investigadores 2025

El 26 de septiembre se celebrará la 14.ª edición de la *Noche Europea de los Investigadores*, una iniciativa cuyo objetivo es que los propios investigadores acerquen la investigación a la ciudadanía de una forma entretenida.

La actividad está enmarcada en un proyecto europeo de divulgación científica promovido desde 2005 por la *Comisión Europea* dentro de las acciones *Marie Skłodowska–Curie* del programa *Horizonte Europa*, y se celebra de manera simultánea en casi 400 ciudades europeas de más de 30 países.

La Oficina de Transferencia de Conocimiento del *Vicerrectorado de Política Científica* de la *Universidad de Almería* será la encargada de la organización en nuestra ciudad [2].

Nos visitaron...

En el transcurso de estos meses nos han visitado investigadores de diferentes universidades nacionales e internacionales con las que los grupos de investigación de matemáticas de la UAL colaboran activamente en el desarrollo de sus actividades.

Tuvimos el honor de tener entre nosotros a Yusuf Alagöz, de la Universidad Hatay Mustafa Kemal (Turquía); José Antonio Carrillo de la Plata, de la Universidad de Oxford (Reino Unido); Michel Dubois Violette, de la Universidad de Paris-Saclay (Francia); Sergio Estrada Domínguez, de la Universidad de Murcia; Anabel Forte Deltell, de la Universidad de Valencia; Abdenacer Makhlouf, de Université Haute-Alsace (Francia); Antonio Malpica Morales, del Imperial College (Reino Unido); Serafín Moral García, de la Universidad de Granada; Manuel Saorin Castaño, de la Universidad de Murcia; y Lars Winther Christensen, de la Universidad Texas Tech (EE. UU.).

[2] Más información en *www.ual.es/otri/divulgacion-cientifica/la-noche-europea-de-los-investigadoros-2025*.

ISSN 1988-5318

Preguntas frecuentes

Estoy interesado en estudiar un grado relacionado con las Matemáticas, ¿qué opciones ofrece la Universidad de Almería?

En la *Universidad de Almería* se pueden cursar tanto el Grado en Matemáticas como el Doble Grado en Economía y Matemáticas.

El Grado en Matemáticas permite alcanzar, en cuatro cursos, una formación sólida de las distintas competencias matemáticas, ofreciéndole al graduado la posibilidad de dedicarse a la docencia, investigación o sector empresarial, entre otros.

Por otra parte, el Doble Grado tiene como objetivo que el alumnado adquiera una formación interdisciplinar en Matemáticas y Economía con un perfil orientado al sector financiero, de modo que al concluir los cinco cursos de formación el estudiante recibe el título de Graduado en Economía y el título de Graduado en Matemáticas.

Cabe destacar que ambas titulaciones presentan una gran demanda cada año, situándose entre las titulaciones con una mayor nota de corte de la Universidad de Almería.

Además, directamente relacionado con las Matemáticas, y como novedad, el próximo curso académico 2025/26 se implantará el Grado en Física en la *Universidad de Almería*. Este grado será de carácter interuniversitario, es decir, se impartirá de forma conjunta con la *Universidad de Huelva*.

¿Puedo realizar algún curso del grado en otra universidad distinta a la Universidad de Almería?

Sí, cada año, estudiantes del Grado en Matemáticas se desplazan a otras universidades, nacionales o de otros países, para realizar parte de su formación. Este tipo de movilidad se trata de una experiencia muy enriquecedora, tanto a nivel formativo como personal, ya que permite conocer otras culturas y formas de trabajo, así como mejorar la comunicación en otros idiomas.

La *Universidad de Almería* lleva a cabo diferentes programas que fomentan estas estancias durante algún cuatrimestre o curso académico. A nivel nacional el programa SICUE permite que los estudiantes realicen un curso académico en otra universidad española. Por otra parte, las diferentes modalidades del programa Erasmus permiten el desplazamiento tanto a universidades europeas como de otros países. Para el Grado en Matemáticas durante el actual curso académico se han ofertado diferentes destinos europeos como Alemania, Francia, Italia, Noruega o Polonia, entre otros, así como países entre los que se encuentran Colombia, Kazajstán, Uruguay o Reino Unido.

Además, el programa propio *UAL Mundo* amplía la oferta a destinos como Japón o República de Corea. A principio de cada curso pueden consultarse las diferentes plazas y destinos ofertados, así como los requisitos de idioma necesarios.

ENSEÑANZA PRIMARIA E INFANTIL

Enseñar Matemáticas en Educación Infantil y Primaria a alumnado con Trastorno del Espectro Autista

Irene Polo
Universidad de Cantabria
Alicia Bruno
Universidad de La Laguna

Los trastornos del espectro autista (TEA) comprenden diversos problemas del desarrollo caracterizados por alteraciones en funciones relacionadas con la maduración del sistema nervioso central. En particular, las personas con TEA presentan, en diferente grado, dificultades en la comunicación e interacción social, así como un repertorio de intereses restringido, estereotipado y repetitivo (DSM-V; American Psychiatric Association, 2013). La manifestación de estas características varía ampliamente entre individuos con el diagnóstico. Asimismo, el nivel intelectual puede diferir significativamente, abarcando desde personas con distintos grados de discapacidad intelectual hasta aquellas con habilidades cognitivas no verbales superiores al promedio.

La investigación educativa señala que el alumnado con TEA suele experimentar mayores dificultades en matemáticas que sus compañeros de desarrollo típico, lo que requiere adaptar los contenidos y materiales curriculares. Estas dificultades, presentes en estudiantes con y sin discapacidad intelectual, suelen estar relacionadas con ciertas carencias en la función ejecutiva y en el lenguaje. La función ejecutiva implica habilidades como planificación, organización, memoria de trabajo y atención. A su vez, una comprensión limitada del lenguaje puede afectar la interpretación de conceptos y enunciados matemáticos. No obstante, muchas personas con TEA tienen un buen dominio de lo visual y una gran atención al detalle, lo que puede favorecer su aprendizaje matemático.

Comentamos en lo que sigue algunas orientaciones

 ISSN 1988-5318

metodológicas que favorecen el aprendizaje matemático, siempre adaptándose a las características de cada estudiante.

Tareas estructuradas en pasos y apoyos para la comprensión del lenguaje. Es adecuado proporcionarles tareas estructuradas en pequeños pasos y con instrucciones cortas. Es necesario leer los enunciados (o pedirles que los lean) tantas veces como se requiera. El uso de sistemas alternativos y aumentativos de comunicación, como pictogramas u otras representaciones visuales, puede contribuir a mejorar la comprensión de las tareas matemáticas en aquellos alumnos con dificultades del lenguaje. Es importante también poner instrucciones con frases sencillas. Una ayuda es utilizar hojas de pautas que les recuerde los pasos a seguir en la resolución de la tarea matemática (Figura 1, derecha).

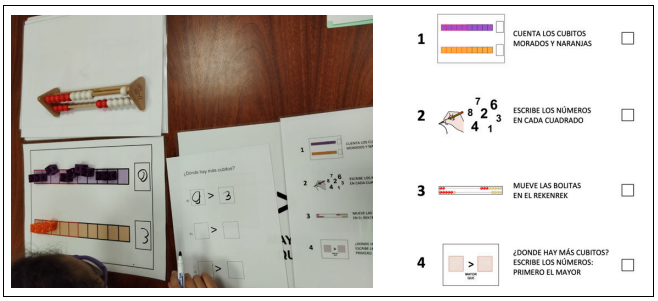


Figura 1. Metodología CRA. Fases Concreta-Abstracta (izda.) y hoja de pautas para el aprendizaje del orden de los números (dcha.)

Temas de interés. Un rasgo característico de las personas con TEA es que suelen presentar un foco de interés hacia determinados temas, el cual puede servir a la hora de contextualizar problemas con el fin de ayudarles a motivarse o implicarse en su resolución. Mediante el uso de problemas de matemáticas relacionados con sus intereses y/o con su vida cotidiana, aprenden a buscar sentido a las matemáticas y cuándo y por qué usarlas. En cambio, se debe ser cuidadoso en la elección de actividades en contextos lejanos a su ámbito conocido.

Apoyo visual. Las habilidades de las personas TEA frente a estímulos visuales y su mayor facilidad para razonar por medio de imágenes hacen que las actividades en formato gráfico y/o manipulativo sean un modo de adaptación importante en el aprendizaje de las matemáticas.

Metodologías adaptadas. Una metodología de instrucción que se ha mostrado útil en alumnado con dificultades de aprendizaje es la denominada CRA (*Concreto-Representacional-Abstracto*). Esta metodología introduce secuencialmente las etapas (1) concreta: en la que se manipulan objetos físicos, (2) representacional: donde se utilizan modelos e imágenes que representan los objetos y (3) abstracta: en la que se usan números y símbolos. En la Figura 1 se muestra un ejemplo de actividades siguiendo la metodología CRA en la que se han integrado las fases Concreta (Rekenrek y cubos encajables) y Abstracta (símbolos) para el aprendizaje del orden de los números.

Otra de las metodologías utilizadas en la enseñanza de la resolución de problemas para alumnado con dificultades, que también ha demostrado ser beneficiosa en estudiantes con TEA, es la denominada Instrucción Basada en Esquemas (SBI). Esta estrategia emplea esquemas visuales para modelizar la situación del problema, lo que resulta especialmente útil para el alumnado con TEA debido a su buen procesamiento visual. Además, incorpora una hoja de trabajo que estructura el proceso de resolución, ayudando a compensar las dificultades de planificación que suelen presentar estudiantes con este diagnóstico (Figura 2).

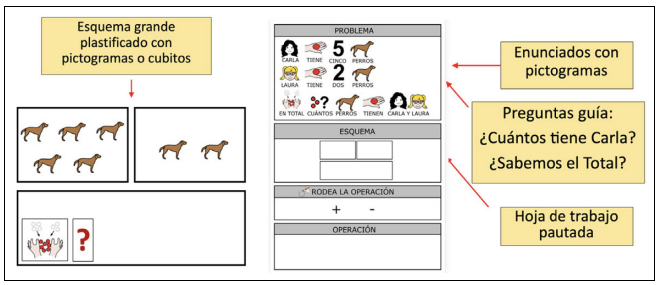


Figura 2. Material adaptado para resolver problemas siguiendo la Instrucción Basada en Esquemas (SBI)

Adaptarse a la situación diaria. Por último, es fundamental tener en cuenta los aspectos actitudinales y motivacionales de cada estudiante frente a las matemáticas. Es importante considerar su estado anímico al abordar el aprendizaje, así como su nivel de motivación y comportamiento. Además, hay que ser conscientes de que algunos estudiantes requerirán más tiempo para asimilar ciertos procedimientos matemáticos.

No debemos olvidar que aprender matemáticas es un derecho para todo el alumnado, con o sin dificultades de aprendizaje, y es nuestro deber como docentes buscar los caminos para lograrlo.

Para más información sobre publicaciones y materiales adaptados a alumnado TEA se puede visitar la dirección *matematicasyautismo.unican.es*. ■

ENSEÑANZA SECUNDARIA

Los Matemancicos del Agave

Diego José Montoya Cara
Centro Educativo Agave (Huércal de Almería, Almería)

Las matemáticas ofrecen un sinfín de oportunidades de aprendizaje para el alumnado, desde que se levanta hasta que se acuesta, y los docentes debemos aprovechar cualquier momento que se nos presente en cualquier época del año para conectar las matemáticas con sus intereses.

En Navidad, las celebraciones familiares, los reencuentros con amigos, la ilusión por la cabalgata de Reyes o cantar villancicos delante del árbol de Navidad están a la orden del día, y nuestros estudiantes viven apasionadamente esta época tan especial y mágica.

 ISSN 1988-5318

Y a todo esto, ¿qué papel juegan las matemáticas en Navidad? La respuesta es clara: las matemáticas son una parte esencial de la Navidad, ya que podemos encontrarlas en multitud de momentos icónicos de la Navidad como en los copos de nieve, en las secuencias de luces navideñas, en la probabilidad en el sorteo de Navidad y en el sorteo del Niño...

Por ello, desde el *Centro Educativo Agave*, llevamos muchos años poniendo en marcha diversas actividades navideñas matemáticas en el mes de diciembre, desde la papiroflexia hasta la creación de tarjetas de navidad matemáticas.

Cada año intentamos innovar con algo diferente y que sorprenda al alumnado. Sin embargo uno de nuestros proyectos más importantes que llevamos a cabo en esta época es el que os presentamos a continuación: los *matemancicos navideños*.

Esta actividad consiste en la adaptación de la letra de villancicos tradicionales con aspectos del mundo de las matemáticas que conocen los alumnos de infantil y primaria, como pueden ser los primeros números, las figuras geométricas o las unidades de medida.

Por ello, estudiantes de 1.º de Bachillerato, que son los protagonistas de este proyecto, eligen una etapa educativa (infantil o primaria), indagan sobre los contenidos matemáticos que se ven en cada etapa y eligen una temática.

A partir de ahí con la base instrumental de un villancico tradicional, componen la letra usando rimas asonantes y consonantes con elementos matemáticos de la temática. En este proceso la imaginación y la improvisación no tienen límites, surgiendo rimas divertidas y siendo una oportunidad para crear un ambiente navideño y ameno como colofón al primer trimestre. Os mostramos un fragmento de uno de ellos, concretamente el villancico *Los peces en el río*, adaptado a educación primaria:

La pizza se está cortando,
en medios, tercios y cuartos,
son las famosas fracciones,
con decimales y exactos.
Un número entre otro, «multiplicao» por 100,
es un porcentaje, míralo que bien.
Divides, divides y vuelve a dividir
Pa' comprar y ahorrar, te van a servir.

Una vez compuesto el matemancico, pasamos a la siguiente etapa del proyecto: coger una pandereta, un gorro navideño e ir a las clases de infantil y primaria a cantar el matemancico.

Este momento es mágico, pues surge un vínculo especial entre el estudiante de bachillerato y el de infantil o primaria, ya que para el de bachillerato supone recordar momentos inolvidables de su etapa infantil, y para «los más peques» supone ver cómo «los mayores» los visitan y comparte con ellos un momento para el recuerdo.

¡Y todo esto lo hacen posible las matemáticas! Para que luego digan que las matemáticas son aburridas. ■

ENSEÑANZA BILINGÜE EN MATEMÁTICAS

Timeline of Mathematics

An Interdisciplinary Project Using Game-Based Learning in 2nd year of Compulsory Secondary Education

María Francisca Sáez Castillo
Azucena López Valverde
IES Carmen de Burgos (Huércal de Almería, Almería)

Within the framework of the Bilingual Programme at *IES Carmen de Burgos* and the working group "Board Games as a Didactic Tool", an interdisciplinary project has been developed that combines the teaching of the history of Mathematics with active methodologies, such as Game-Based Learning (GBL). This interdisciplinary activity was developed as part of the school's bilingual program and its second-term project focused on *Inventors and Inventions*. Below, we describe the stages of the project carried out with a group of students in the 2nd year of ESO during the second term of the 2024/25 academic year.

Research Phase: History of Mathematics

The project began with a research phase where students explored the history of Mathematics. The historical timeline was divided into eight periods, and the class was organized into four heterogeneous groups. Each group re-

 ISSN 1988-5318

searched and summarized two historical periods using digital resources and with the support of the school's language assistant.

The historical periods studied were:

1. Prehistoric Mathematics.
2. Mathematics in Sumer and Babylon (1st and 2nd Millennium BC).
3. Mathematics in Egypt (2000–6000 BC).
4. Greek Mathematics (4th—7th Century BC).
5. Mathematics in India (5th—12th Century).
6. Medieval and Renaissance Mathematics (13th—16th Century).
7. Mathematics and the Scientific Revolution (17th and 18th Century).
8. Mathematics in the 19th, 20th, and 21st Centuries.

Each group created and presented their research in English to the class. This phase also aligned with the term's reading program, which was focused on the history of Mathematics.

Creation Phase: Designing the Timeline Game Cards

Inspired by the commercial board game *Timeline*, each student created two cards featuring mathematical events, figures, or discoveries. One side of each card displays the event or person, and the reverse side shows the corresponding date. The objective of the game is to place the cards in the correct chronological order, requiring historical understanding and accuracy.

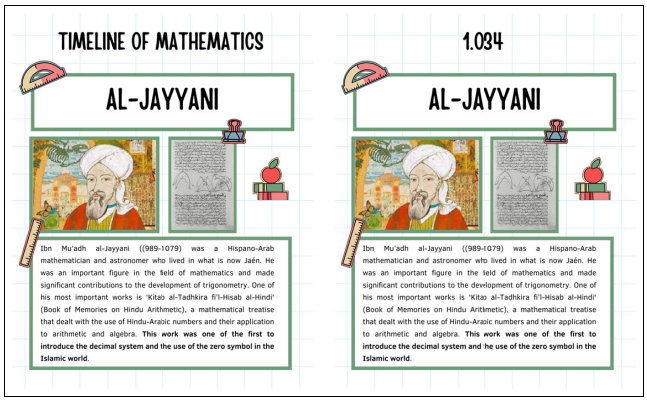
Students used Canva to design their cards with a shared template. Some examples of card content include:

- **Notable women in Mathematics**: Hypatia of Alexandria, Florence Nightingale, Sofia Kovalevskaya, Sophie Germain, Emmy Noether, Maryna Viazovska.
- **Andalusian Mathematicians**, such as Al–Jayyani, author of the first known treatise on spherical trigonometry, a key figure in the development of modern astronomy.
- **Important Mathematical Milestones**: Ishango Bone, Egyptian fractions, negative numbers in Chinese systems, the emergence of zero in the Hindu–Arabic numeral system.

This work addressed several key learning goals:

- *MAT.2.F.3.2*: The contribution of Mathematics to the development of human knowledge from a gender perspective.
- *MAT.2.F.3.3*: Recognition of Andalusian and particularly Andalusi culture in the history of mathematics.

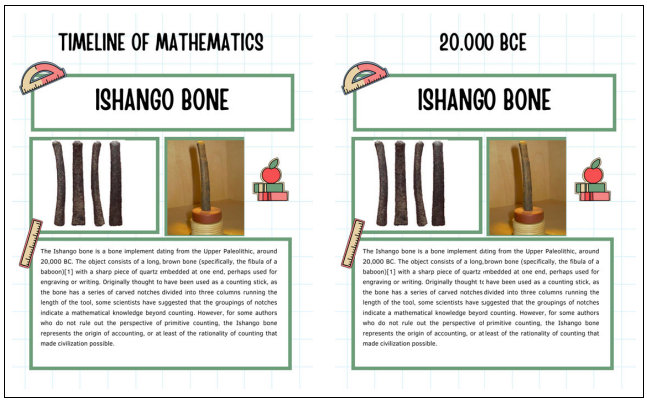
Example of a card:

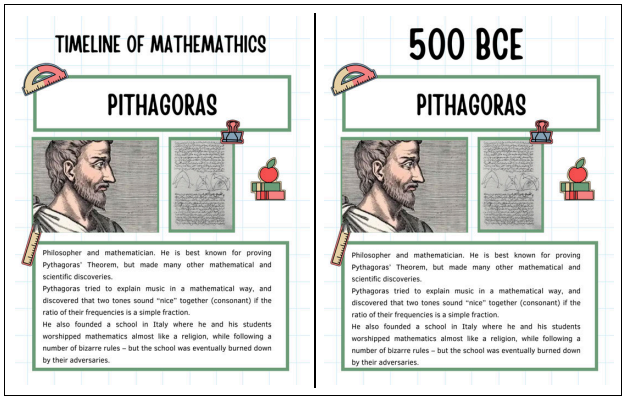


This one features an Andalusian astronomer and mathematician who lived in Jaén between the 10th and 11th centuries. Jaén is one of the few cities in the world that can proudly claim a prominent astronomer in its history, someone whose work was key to the development of modern astronomy starting in the Renaissance.

He is Abu Abd Allah Muhammad ibn Muadh Al-Jayyani, commonly known in academic circles as Al-Jayyani, meaning "from Jaén" in Arabic. One of his main contributions was the first treatise on spherical trigonometry worthy of the name.

Some cards made by students:





 ISSN 1988-5318

Application Phase: Using the Created Materials

Once the cards were designed, the next step was to assemble the game. The cards were printed double–sided on A4 sheets so the front and back matched correctly, then cut and laminated for classroom use.

To enhance the visibility of the project, several cards were printed in larger format and displayed in chronological order in the 2nd–year corridor.

Conclusions

This project allowed students to develop an integrated understanding of the history of Mathematics, recognizing its impact across cultures and time periods. It also fostered collaboration, creativity, and language skills. The use of games as a learning tool significantly increased motivation and enriched the teaching–learning process from a competency–based perspective.

This initiative also contributed to achieving the Mathematics evaluation criterion 6.3 for 2nd–year ESO: *To recognize in various contexts (personal, academic, and social) the contribution of mathematics to the progress of humanity and its role in addressing the challenges of today's society, identifying contributions from our own community.* ■

Concurso de problemas

Problema propuesto

Una empresa de reparto local, «Entregas Rápidas del Andarax», está probando drones para entregar paquetes pequeños en Almería.
Tienen un centro de operaciones (almacén) situado en lo que consideraremos el origen de coordenadas, $A = (0, 0)$ (en kilómetros). Necesitan hacer una entrega urgente a un cliente en la posición $B = (15, 5)$.
El dron vuela en línea recta a velocidad constante y tiene una batería que le permite una autonomía máxima de 35 km.
El aeropuerto ha establecido una zona de exclusión aérea sobre un área rectangular. Esta zona está definida por los vértices: $P = (5, -3)$, $Q = (10, -3)$, $R = (5, 8)$, $S = (10, 8)$. El dron no puede entrar en el espacio aéreo sobre este rectángulo en ninguna circunstancia.
El equipo de logística necesita vuestra ayuda para determinar si este reparto es viable y cuál es la mejor estrategia. Preguntas:

1. Comprobad si la ruta directa en línea recta desde el almacén (A) hasta el cliente (B) atraviesa la zona de exclusión.
2. Suponiendo que el dron vuela siempre en segmentos rectos, calculad la ruta más corta y la distancia total que debe recorrer el dron (ida y vuelta).
3. ¿Puede el dron realizar el viaje completo (ida y vuelta) de forma segura sin entrar en la zona de exclusión?
4. Si la zona de exclusión no existiera, ¿cuánto tiempo de vuelo se ahorraría en el viaje completo (ida y vuelta) suponiendo que el dron vuela a una velocidad constante de 60 km/h?

Si nos envías tu solución a este problema ***puedes obtener*** un estupendo ***reloj inteligente (smartwatch)*** y un regalo relacionado con las matemáticas.
¡La solución más elegante u original tiene premio!
Para participar, solo tienes que mandar tu solución a la dirección de correo electrónico del Boletín `bmatema@ual.es` ***hasta el 20 de octubre de 2025***.
Puedes escanear el papel en el que la hayas elaborado y enviarla a dicha dirección de correo electrónico.
Las bases de este concurso pueden consultarse en la página web del Boletín.

Envía tu solución a bmatema@ual.es

ISSN 1988-5318

Resultado del concurso del número anterior

Diego Haro Vicente

En esta edición del concurso, el jurado ha considerado que la solución ganadora ha sido la enviada por Diego Haro Vicente, estudiante de primero de Bachillerato del *IES Juan Goytisolo* de Carboneras.

Animamos a todos los estudiantes a que participen en este concurso enviándonos sus soluciones al problema propuesto.

Problema propuesto en el número anterior

Las potencias del número 6 $(6^0, 6^1, 6^2, 6^3 \dots)$ eran objeto de auténtica veneración en un bello país rodeado de montañas nevadas. Cada uno de sus reyes recibía el nombre de Augusto. Para distinguirlos, se usaba el ordinal correspondiente a su posición en la lista de reyes (Augusto Primero, Augusto Segundo, Augusto Tercero,...). Cada uno de ellos recibía un segundo entero que se calculaba sumando los números de orden del propio rey y de todos los reyes que le habían precedido. De este modo, Augusto Primero tuvo asignado el número 1, Augusto Segundo el número 3, Augusto tercero el número 6 y así sucesivamente. El rey recibía el apelativo de Mago si este segundo número era una potencia de 6.
¿Podrías determinar los reyes del país que fueron considerados magos?

Solución ganadora:

El nombre del rey viene dado por **Augusto** Apellido primero Apellido segundo, donde:

- Apellido primero es el orden en el que son reyes.
- Apellido segundo es la suma de los números del propio rey y de los reyes que le habían precedido.

Si el segundo apellido es potencia de 6 se considera que el rey es **mago**.

Pues bien, el segundo apellido es un *número triangular*, por lo que

$$A_2 = \frac{n(n+1)}{2},$$

donde n es el número del primer apellido.

Para que el rey sea mago debe cumplirse que

$$\frac{n(n+1)}{2} = 6^k \Rightarrow n(n+1) = 2(2\cdot 3)^k$$
$$\Rightarrow n(n+1) = 2^{k+1}3^k.$$

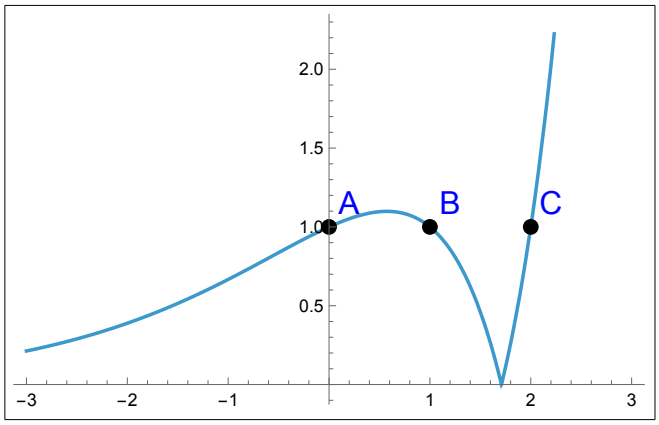
En consecuencia, 2^{k+1} y 3^k son números consecutivos [3], por lo que

$$|2^{k+1} - 3^k| = 1.$$

- Si $k = 0$, entonces $|2^1 - 3^0| = 1$ y $\frac{n(n+1)}{2} = 6^0$ lo que nos lleva a la ecuación $n^2 + n - 2 = 0$ cuya solución positiva es $n = 1$.
- Si $k = 1$, entonces $|2^2 - 3^1| = 1$ y $\frac{n(n+1)}{2} = 6^1$ lo que nos lleva a la ecuación $n^2 + n - 12 = 0$ cuya solución positiva es $n = 3$.
- Si $k = 2$, entonces $|2^3 - 3^2| = 1$ y $\frac{n(n+1)}{2} = 6^2$ lo que nos lleva a la ecuación $n^2 + n - 72 = 0$ cuya solución positiva es $n = 8$.

Para demostrar que no hay más soluciones que las expuestas anteriormente nos apoyaremos en la función $f(k) = |2^{k+1} - 3^k|$.

Si la representamos gráficamente podemos observar que los únicos puntos donde $f(k) = 1$ son $k = 0$, $k = 1$ y $k = 2$, que aparecen en la figura como A, B y C, respectivamente.



Representación gráfica de f(k)

En consecuencia, los tres reyes considerados magos son: Augusto Primero Primero, Augusto Tercero Sexto y Augusto Octavo Trigésimo Sexto.

[3] **Nota de los editores:** Dado que dos números naturales consecutivos no pueden ser simultáneamente pares ni múltiplos de 3.

ISSN 1988-5318

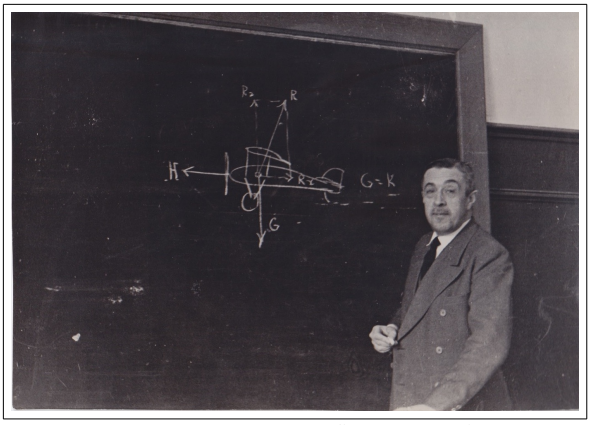
HISTORIA Y SUS PERSONAJES

Emilio Herrera Linares

Matemático, ingeniero aeroespacial y presidente

Enrique de Amo Artero
Universidad de Almería

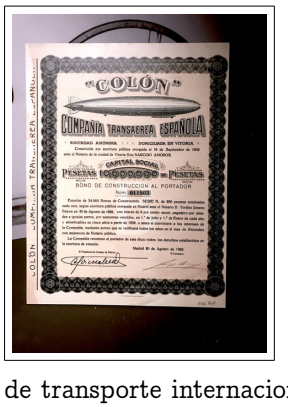
Emilio Herrera Linares (Granada, 13–02–1879; Ginebra, 13–09–1967) fue un ingeniero aeroespacial de carrera militar que, exiliado durante la dictadura franquista, llegó a ser presidente del Gobierno de la II República española en el exilio (abril de 1960 a febrero de 1962).



Emilio Herrera en la Escuela Superior de Aerotecnia

Se trata de una persona sorprendente desde el punto de vista del papel jugado en múltiples facetas de su vida y que, sin embargo, no ha adquirido una trascendencia reconocida entre sus compatriotas debido, sin duda, al lugar desde el que vivió: durante la II República, posguerra, y posterior exilio. En esta entrada vamos a realizar un somero repaso de alguien que debería estar entre los personajes más destacados de la España del siglo XX como modelo inspirador de compromiso intelectual y moral con su país.

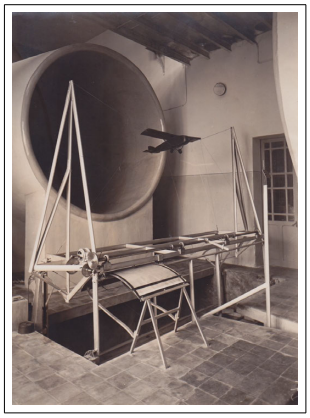
Herrera Linares fue amigo personal, y colaborador en algunos casos, de científicos de primer orden mundial, como el mismísimo Albert Einstein, a quien recibió en 1932 siendo vicepresidente de la *Real Sociedad Matemática Española*. Conjugó en su vida la preocupación por las ciencias, tanto puras como aplicadas, desde una formación de ingeniero militar (1900, con veintiún años), y aeronáutico en 1931.



Planteó, entre otras, la «hipótesis tetradimensional» sobre la constitución del universo (1915) de la que dedujo su curvatura así como la de los campos gravitatorios y la desviación de la luz al atravesarlos. Fue un momento donde adquirió prestigio científico internacional.

Fue el creador (1918) de una de las primeras empresas aéreas de transporte internacional (*Compañía Transaérea Colón*), uniendo Europa (Sevilla) con América (Buenos Aires) mediante dirigibles, asociado con la empresa alemana Zeppelin.

En el *Laboratorio Aerodinámico de Cuatro Vientos* (Madrid, 1921) hizo estudios y comprobaciones sobre la aplicación de diferentes teorías matemáticas y físicas (de autores como Yukofski, Kutta, Prandl, Bernouilli, Helmholz, Chapliguin, Karman o Lamb) que facilitaron el conocimiento de importantes fenómenos aerodinámicos, especialmente los relacionados con la sustentación y resistencia al avance en fluidos.



Túnel aerodinámico

Su propuesta de unificación de la notación matemática en aeronáutica (1923) fue aceptada internacionalmente. Un año antes había realizado estudios sobre las ventajas del uso de aleaciones de aluminio y magnesio para la navegación aérea. Realizó (1932) un proyecto de viaje tripulado a la Luna. De hecho, para la realización de las misiones tripuladas Apolo, fue invitado a las instalaciones de la NASA, declinando su presencia... porque según alguna referencia (no contrastada), no se añadió la bandera republicana a la estadounidense para ser implantadas, ambas, en la superficie lunar (algo, aparentemente, desproporcionado).

En 1955 realizó estudios sobre el uso de la energía nuclear para fines pacíficos, adelantándose así varias décadas a las venideras centrales nucleares. Aquel mismo año, y por recomendación de A. Einstein, obtuvo el rango de revisor de documentos atómicos en la UNESCO. Cinco años antes ya había planteado fórmulas conducentes a la bomba de fusión (o de hidrógeno).

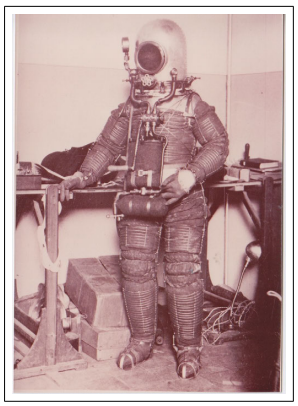
Durante los años de exilio no dejó de publicar en revistas científicas, colaborando con revistas francesas; y siendo años personal y familiarmente duros, tuvo que subsistir gracias a sus derechos de patentes (1941) sobre un sistema de «doble proyección geográfica» y de un «flexicalculador» para resolver determinadas ecuaciones matemáticas e integrales de tipo elíptico.

Herrera Linares llegó a ser un verdadero políglota, dominando, además del español, Braille (aprendido durante las largas noches de la Guerra Civil), francés, alemán, inglés y esperanto, lengua esta última que llegó a proponer (1925) como idioma universal para las matemáticas. Asimismo, además de gran dibujante, llegó a ser un gran divulgador científico, algo que vivió especialmente durante

 ISSN 1988-5318

sus años en Francia.

Podemos señalar como los cuatro legados más importantes que realizó en España (quindenio 1920–1935), el diseño, construcción y dirección del *Túnel aerodinámico Cuatro Vientos* (1921, el segundo más grande del mundo en su momento), la organización y dirección de la *Escuela Superior Aerotecnia* (1928, actual *Escuela de Ingenieros Aeronáuticos*), la creación de la empresa *Transaérea Colón* (1918, de las primeras empresas de transporte aéreo comercial), y la escafandra estratonáutica (ensayo en 1935, reconocida, ahora sí, por la NASA como el antecedente de los trajes espaciales).



Escafandra estratonautica

Su persona recibió muy diferentes condecoraciones: *Caballero de la Legión de Honor* de Francia (1906), *Caballero gentilhombre de Cámara con Ejercicio* de Alfonso XIII (1914), *Comendador de la Orden de Cristo* en Portugal (1923), *Comendador de la Orden de Isabel la Católica* (1927), *Laureado de la Academia de Ciencias* de Francia (1950).

Su exilio se produjo sin que existiera sobre él ningún tipo de acusación por delitos durante la dictadura franquista: ejemplo de persona leal, tanto a su patria como también a sus principios. Desde 1993 sus restos descansan en el cementerio de Granada, ciudad desde donde la asociación que lleva su nombre trabaja en su memoria.

Agradecimiento: esta colaboración ha sido posible gracias al asesoramiento de Juan Gerardo Muros Anguita, ingeniero aeronáutico (UPM, 1979), doctor en Física y Matemáticas (UGR, 2024), y es presidente de la *Asociación Emilio Herrera Linares*. Asimismo, agradecemos la lectura de este trabajo y las recomendaciones realizadas por José Antonio Martínez Cabeza, miembro de número del Consejo Asesor del *Servicio Histórico y Cultural del Ejército del Aire*, miembro de *The Planetary Society* y *Senior Member* del *American Institute of Aeronautics and Astronautics*.

Referencias

[1] Herrera, E.; Glick, T. F. y Sánchez-Ron, J. M. (1988) *Memorias*. UAM Ediciones.

[2] Página web de la Asociación Emilio Herrera Linares: *acelh.org*.

■

MATEMÁTICAS Y OTRAS CIENCIAS

¿Es realmente impredecible el mercado financiero?

El movimiento browniano

Jorge Ramos Carpintero
Ángel Ramos Ortiz
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

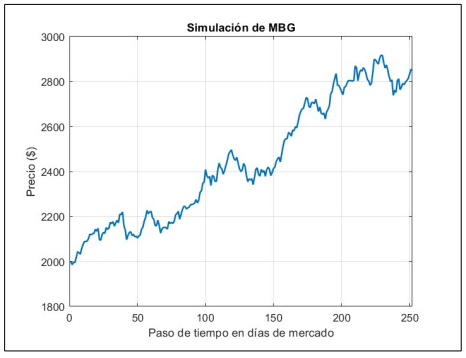
La *Hipótesis del Mercado Eficiente* afirma que no es posible obtener ganancias de manera consistente del mercado financiero. Esto se debe a que toda información relevante de una acción se manifiesta inmediatamente en el precio de la misma, independientemente de su estado anterior, haciendo que sea imposible predecir su estado futuro. Sin embargo, existen algunos métodos que permiten hacernos una idea de lo que va a ocurrir, como el **movimiento browniano**, con el que experimentaremos en esta sección.

El movimiento browniano es un modelo matemático que permite representar el comportamiento del mercado financiero y obtener predicciones considerablemente acertadas. La clave del modelo es asumir que el valor x que estamos estudiando (en este caso, el precio de una acción) evoluciona en el tiempo t en base a dos componentes: un componente determinístico (que puede ser interpretado como un promedio μ) y un componente aleatorio (que representa la **volatilidad** σ). La ecuación que describe al modelo es la siguiente:

$$x_t = x_0 \cdot e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma\epsilon\sqrt{t}}$$

en la que ϵ es una variable aleatoria normal estándar $\mathcal{N}(0,1)$ y x_0 es el precio de la acción al comienzo del año.

Por ejemplo, si consideramos una empresa en la que una acción tiene un rendimiento anual μ del 25 % y una volatilidad anual σ del 14 %, entonces podemos graficar una *posible* trayectoria del valor de la acción durante el próximo año haciendo uso de la ecuación anterior. Tomando un precio inicial de la acción $x_0 = \$2000$, se tiene:

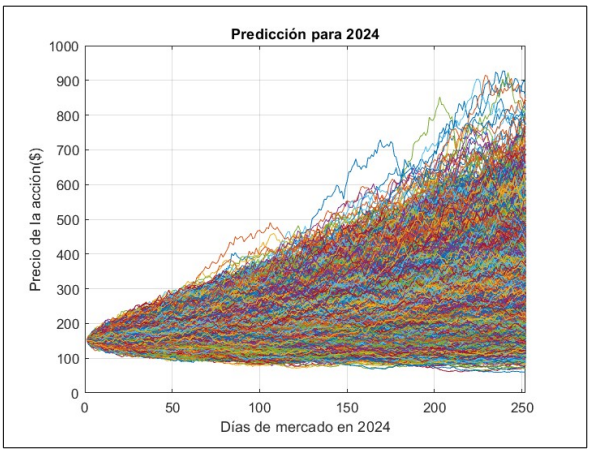


 ISSN 1988-5318

Como se ha usado una volatilidad relativamente baja frente al rendimiento medio, el cual es positivo, la trayectoria obtenida presenta una tendencia ascendente. En este caso, podríamos decir que el precio de la acción a final de año se estima en algo más de \$2800. Además, normalmente hay alrededor de 252 días hábiles de mercado en un año, de ahí la escala usada.

Vamos a tratar de predecir el precio de las acciones de la empresa *Amazon* en diferentes años haciendo simulaciones de movimiento browniano mediante el método de Montecarlo. En términos simples, generaremos un número muy grande de caminos aleatorios (concretamente, 25 000) los cuales simularán posibles trayectorias de un activo financiero y, mediante promedios de todos esos resultados, predeciremos estadísticos básicos como la varianza o la media del activo.

Supongamos por un momento que estamos a finales del año 2023 y queremos hacer una predicción sobre el comportamiento que tendrá el precio de una acción determinada durante el año 2024. Usando los datos recogidos en el *Nasdaq* durante 2023, se puede estimar un promedio de $\mu = 0{,}597$ y una volatilidad de $\sigma = 0{,}329$ (una manera simple de estimar estos valores aparece en [2]). El precio final de la acción en 2023 fue de $x_0 = \$151{,}94$. Con estos datos ya podemos realizar nuestra simulación.

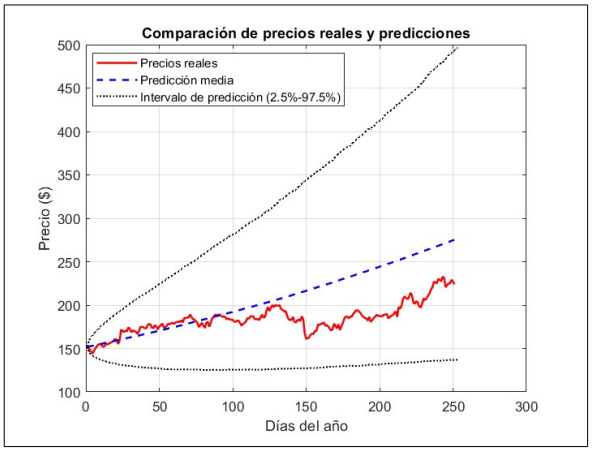


25 000 ***caminos posibles para el precio de la acción de AMZN en*** 2024

Inicialmente, vemos que hay recorridos de todo tipo como pueden ser escenarios con pérdidas e incluso tendencias alcistas muy extremas y poco probables. El promedio de estos caminos nos indica que el precio medio en el cierre del último día de mercado será de \$276,71. Es decir, comparándolo con el cierre de mercado de 2023, se espera un aumento de unos \$125.

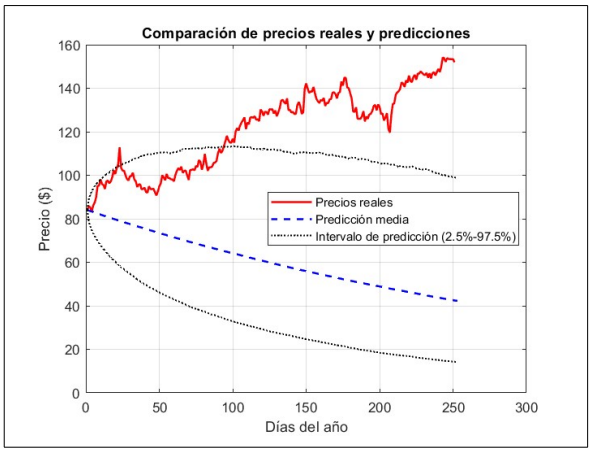
Por otra parte, los precios se encuentran algo dispersos respecto de su media ya que se ha obtenido una desviación estándar de \$93,28. Para hallar los dos valores entre los que se encuentra el precio final en el 95 % de los casos se calculan los cuantiles al 2,5 % y 97,5 % que son \$182,46 y \$552,39, respectivamente.

En la siguiente gráfica comparamos los resultados obtenidos con la trayectoria real que tuvo el activo en 2024.



Como vemos, se ha obtenido una estimación para el cierre final de mercado no muy alejada del valor real (nuestra estimación era de \$276,71 y el valor real es \$223,75). Puede parecer una diferencia grande, pero teniendo en cuenta que estamos usando un modelo muy simple y la imprevisibilidad del comportamiento bursátil, el resultado es bastante decente.

Se podría pensar que es sencillo obtener conclusiones sólidas sobre el mercado financiero usando este modelo. Los resultados reales y simulados del año 2023 (usando el mismo código pero con los datos de 2022) nos demuestran lo contrario:



Este resultado tan malo se puede atribuir a factores intrínsecos del proceso seguido, como la simplicidad del modelo. Por ejemplo, en la realidad σ no es un valor constante (para saber más acerca de las propiedades de este modelo y su relación con el mercado financiero se puede consultar [1]).

El modelo que se ha utilizado es muy sencillo, pero es suficiente para comprender las bases de la matemática financiera y ver algunos ejemplos interesantes y visuales. Además, existen otros métodos basados en el movimiento browniano mucho más sofisticados y que ofrecen mejores resultados.

Finalmente, nos gustaría mencionar que este breve artículo forma parte de un trabajo más extenso realizado en la asignatura *Simulación Numérica* del **Grado en Matemáticas**.

ISSN 1988-5318

Referencias

[1] Dunbar, S.R. (2016) *Stochastic Processes and Advanced Mathematical Finance. The Definition of Brownian Motion and the Wiener Process.* University of Nebraska-Lincoln.

[2] Velasquez Gaviria, D. (2019) *Introducción al Movimiento Browniano para Finanzas.* Instituto Tecnológico Metropolitano.

[3] León, J. A. (2006) *Integración estocástica con respecto al movimiento browniano.* Matemáticas: Enseñanza Universitaria, vol. XIV, núm. 2, diciembre, pp. 71–109. Escuela Regional de Matemáticas. Cali, Colombia.

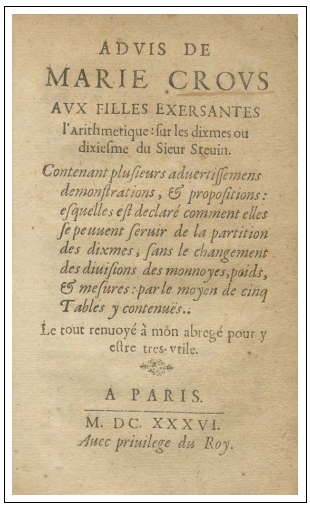
■

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Mujeres transmisoras del conocimiento

Marta Macho-Stadler
Universidad del País Vasco–Euskal Herriko Unibertsitatea

Las mujeres han sido las principales transmisoras del conocimiento. Puede parecer una frase provocadora, aunque solo pretende evidenciar una realidad. Desde las traductoras (como Émilie du Châtelet quien tradujo del latín al francés los *Principia Mathematica* de Newton, añadiendo aclaraciones al oscuro texto del científico), pasando por las maestras, hasta las científicas profesionales, la firme voluntad de difundir el saber fuera del elitista mundo de la ciencia ha sido una práctica mayoritariamente femenina. Destaco a continuación a tres de las muchas mujeres que han escrito manuales para facilitar el aprendizaje a públicos diversos.


ADVIS DE
MARIE CROVS
AVX FILLES EXERSANTES
l'Arithmetique : sur les dixmes ou dixiesme du Sieur Steuin.
Contenant plusieurs aduertissemens demonstrations, & propositions : esquelles est declaré comment elles se peuuent seruir de la partition des dixmes, sans le changement des diuisions des monnoyes, poids, & mesures : par le moyen de cinq Tables y contenues..
Le tout renuoyé à mon abregé pour y estre tres-vtile.
A PARIS.
M. DC. XXXVI.
Auec priuilege du Roy.

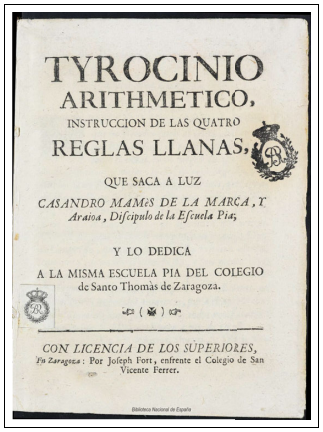
Portada del primer escrito. Fuente: ***Institut de France***

Marie Crous (siglo XVII) fue una matemática francesa, maestra de escritura y preceptora de la joven aristócrata Charlotte de Caumont La Force. Publicó dos manuales de aritmética que proporcionaron un estudio muy innovador (en su época) sobre el sistema de numeración decimal. El primero de ellos fue *Avis de Marie Crous aux filles exerçant l'arithmétique* (París, 1636) que incluye una presentación de las fracciones decimales, reproducida a partir de *De Thiende* (1585) de Simon Stevin. Crous introdujo en esta obra un cambio importante respecto a Stevin, el punto (la coma en España y otros países) para separar la parte entera de la parte decimal. También reemplazó las unidades decimales faltantes con ceros, cambio que dio a la numeración decimal su forma actual.

En *Abbregé recherché de Marie Crous pour tirer la solution de toutes propositions d'aritmetique...* (París, 1641) desarrolló un texto completo de matemáticas comerciales, en el que mostraba cómo realizar las operaciones basándose en las cuatro reglas (suma, resta, multiplicación y división) o cómo hacer varias operaciones simultáneamente. También incluyó métodos para realizar cálculos mentales (fracciones decimales o regla de tres) y sus aplicaciones en el intercambio comercial. Estos libros de aritmética estaban dirigidos a mujeres *«para tratar de aliviar a aquellas que ejercen esta ciencia tanto por las necesidades de sus asuntos como por el placer de su mente»*. Crous citaba explícitamente en sus tratados la compra de joyas o el forrado de tapices, pero también la comparación de valores económicos procedentes de la compra de terrenos o la constitución de una renta vitalicia a partir de una suma determinada.

Dentro del Boletín pueden verse otros aspectos de esta matemática en el volumen X, número 3.

María Andresa Casamayor de La Coma (1720–1780) nació en Zaragoza en el seno de una familia acomodada dedicada al comercio textil.


TYROCINIO
ARITHMETICO,
INSTRUCCION DE LAS QUATRO
REGLAS LLANAS,
QUE SACA A LUZ
CASANDRO MAMES DE LA MARCA, Y Araioa, Discipulo de la Escuela Pia;
Y LO DEDICA
A LA MISMA ESCUELA PIA DEL COLEGIO de Santo Thomàs de Zaragoza.
CON LICENCIA DE LOS SUPERIORES,
En Zaragoza: Por Joseph Fort, enfrente el Colegio de San Vicente Ferrer.

Primera página del Tyrocinio arithmetico, Instrucción de las quatro reglas llanas. ***Biblioteca Nacional de España***

Con solo 17 años escribió el tratado *Tyrocinio arithmetico, Instrucción de las quatro reglas llanas* (Zaragoza, 1738), un manual práctico de aritmética que contiene numerosos ejemplos y casos reales para aprender de manera directa el empleo de las cuatro reglas.

En sus líneas se evidencia, además, un conocimiento riguroso de las unidades de longitud, peso y moneda (y sus equivalencias) tan necesarias para las transacciones comerciales de la época. El texto tenía una marcada intención didáctica; se dirigía a comerciantes y población en general. Ciertamente, les ayudaría a revisar operaciones y evitar engaños y malentendidos. María Andresa publicó este texto (que *se conserva* en la Biblioteca Nacional) bajo seudónimo de «Casandro Mamés de la Marca y Araioa», un elaborado anagrama de su verdadero nombre que, sin duda, evitaba el menosprecio inmediato a un tratado de matemáticas escrito por una mujer. Tras la muerte de su padre, María Andresa se ganó la vida como maestra de niñas y de primeras letras en las aulas públicas de la ciudad.

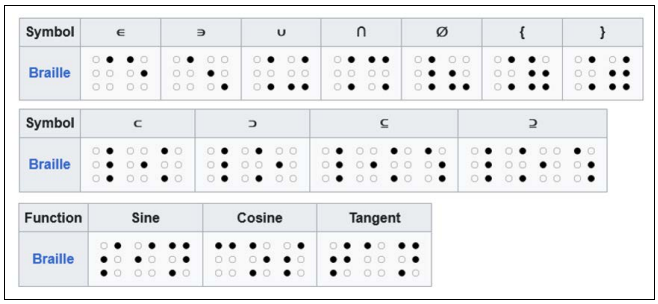
 ISSN 1988-5318

En el volumen VI, número 1, de este Boletín pueden verse otros aspectos de esta matemática.

Eleanor Pairman (1896–1973) nació en Escocia y estudió Matemáticas en la *Universidad de Edimburgo*.

Eleanor Pairman.
Imagen: *George Watson's College*

En 1917 se graduó con una maestría «con honores de primera clase» en matemáticas y filosofía natural. Un año más tarde se incorporó al equipo de Karl Pearson en el Departamento de Estadística Aplicada del *University College* de Londres, donde trabajó como «computadora humana». En 1919 viajó a Estados Unidos, siguió formándose y realizó una tesis doctoral bajo la supervisión de George David Birkhoff. En la década de 1950, ya trabajando como docente, comenzó a interesarse por la enseñanza de las matemáticas para alumnado ciego. Estudió braille y el *código Nemeth* para matemáticas, y aprendió a realizar diagramas y símbolos matemáticos usando su máquina de coser y otros utensilios domésticos (como tijeras dentadas o ruedas de pastelería). Con estas herramientas caseras conseguía realizar diseños sobre delgadas hojas de cartulina, que el alumnado ciego podía «leer» con las yemas de sus dedos. Transcribió al menos dos manuales matemáticos, uno para un estudiante de primer curso en el *Boston College* y un libro de referencia sobre teoría de grupos para un posgrado en la *Universidad de Columbia* en Nueva York.



Algunos símbolos matemáticos escritos en Braille Nemeth (https://en.wikipedia.org/wiki/Nemeth_Braille)

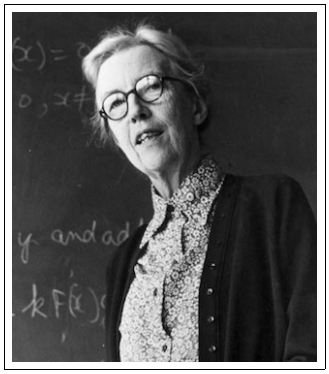
¿Cuántas Marie, Maria Andresa y Eleanor habrán existido? Probablemente muchas más de las que pensamos. ■

MUJERES Y MATEMÁTICAS

Mary Cartwright

La matemática que desentrañó el caos

María del Mar Llobregat Requena
SEK–Alborán (El Ejido, Almería)



Mary Cartwright

Mary Cartwright es, sin duda, una figura imprescindible en la historia de las matemáticas, como ya se detalló en el artículo del volumen IV, número 3, de este Boletín. Profundizando aún más en su figura, este texto complementa aquella visión al explorar el contexto histórico y social que rodeó su carrera, destacando cómo rompió barreras de género en una época en la que las mujeres tenían un acceso muy limitado al ámbito académico y científico. La combinación de ambas perspectivas nos ofrece una mirada más rica y completa a la vida y al legado de esta extraordinaria matemática.

¿Han oído hablar de la *teoría del Caos* o del *teorema de Cartwright*? Detrás de todo esto hay un nombre de mujer, Mary Cartwright, y, aunque en la actualidad la mujer ha adquirido un papel importante en la ciencia, en su momento fue pionera y una de las primeras mujeres en alcanzar posiciones preeminentes, rompiendo barreras de género al convertirse en una de las primeras mujeres en alcanzar reconocimientos históricamente reservados para los hombres. Mary Cartwright (1900–1998) fue una matemática británica pionera cuyas contribuciones marcaron un hito en la teoría de sistemas dinámicos, el análisis complejo y la teoría del caos.

Mary Cartwright nació el 17 de diciembre de 1900 en el pequeño pueblo de Aynho, Inglaterra, en el seno de una familia numerosa. Durante su infancia, se la conocía como una niña curiosa, con un interés creciente por entender los enigmas que ofrecía el mundo natural. Su camino académico no estuvo exento de dificultades; de hecho, en sus primeros años escolares no destacó particularmente en matemáticas, aunque la disciplina y tenacidad que cultivó entonces serían pilares fundamentales en su carrera.

En su adolescencia, tuvo un punto de inflexión cuando, en la *Escuela Godolphin*, un excelente profesor le mostró el poder de las matemáticas y su conexión lógica con la naturaleza. Este descubrimiento marcó su destino académico: tras un breve interés inicial por la historia, decidió que las matemáticas serían su pasión y dedicación. Fue admitida en el prestigioso *Girton College* de Cambridge, una hazaña ya de por sí notable para una mujer de su tiempo, y allí dio inicio a una de las carreras científicas más destacadas de su época.

Mary fue fuente de inspiración para muchas mujeres por su papel en una época difícil para que las mujeres alcanzaran posiciones relevantes. Fue, además, una mujer apasionada que siempre animó a las estudiantes mujeres

 ISSN 1988-5318

a involucrarse en el mundo matemático; sin ella, no podríamos entender el papel de la mujer en las ciencias y las matemáticas.

De entre sus aportaciones destacan:

- El *teorema de Cartwright*, desarrollado en sus primeros años de investigación, que proporciona una estimación del módulo máximo de funciones analíticas. Fue un avance clave en el análisis complejo y sentó las bases para investigaciones posteriores en geometría conforme y funciones relacionadas con fractales (ver las referencias [1] y [2]).

- La *teoría del Caos*, en colaboración con J. E. Littlewood, fue su trabajo más influyente. Juntos analizaron las ecuaciones diferenciales del *oscilador de Van der Pol*, un modelo que describe sistemas dinámicos no lineales. Este estudio reveló un comportamiento caótico ante ciertas condiciones, un descubrimiento extraordinario que adelantó lo que posteriormente sería conocido como teoría del caos determinista (ver [2]).

  De su trabajo emergió el concepto de atractores extraños, esencial para comprender dinámicas complejas en sistemas aparentemente impredecibles, con aplicaciones actuales en meteorología, robótica, biología y otras disciplinas científicas avanzadas, lo que subraya el impacto práctico de su investigación matemática (ver [1] y [3]).

El impacto de Cartwright no se limitó al ámbito puramente teórico. Durante la Segunda Guerra Mundial, sus investigaciones en ecuaciones diferenciales no lineales resultaron clave para el desarrollo del radar, una herramienta tecnológica esencial para las fuerzas aliadas.

Este ejemplo refleja no solo su genialidad matemática, sino también su capacidad para aplicar conocimientos abstractos a problemas prácticos urgentes, subrayando la importancia de las matemáticas aplicadas en contextos históricos concretos.

Todo esto le valió el reconocimiento del mundo de la ciencia. La admiración que despertaron sus trabajos y hallazgos la llevaron a alcanzar metas tales como ser la primera mujer matemática miembro de la *Royal Society* (1947), la primera mujer presidenta de la *Sociedad Matemática de Londres* (1961) o la primera mujer galardonada con la *Medalla Sylvester* (1964) por sus contribuciones al mérito matemático.

Mary Cartwright no solo dejó un impacto duradero en las matemáticas puras y aplicadas, sino que también ayudó a establecer nuevos campos científicos como la teoría del caos, demostrando la importancia de combinar métodos analíticos y topológicos para resolver problemas complejos.

Estos logros representaron hitos personales y, además, pavimentaron el camino para que más mujeres participaran en un campo históricamente dominado por hombres. Su trayectoria es ejemplo de cómo el talento y el esfuerzo pueden superar barreras estructurales y culturales.

Así, esta mujer, nacida en el seno de una familia acomodada, y una de las primeras mujeres destacadas de la *Universidad de Oxford*, cambió nuestra manera de entender las matemáticas y el mundo, dejándonos un valioso legado que perdura en las aulas de hoy y los descubrimientos del futuro.

Referencias

[1] Mary Cartwright (1900–1998). Página web Mujeres Bacanas[4].

[2] Moreno Iraola, L. y Agaoglou, M. (2021). Mary Cartwright, la matemática que descubrió el caos. Artículo de EL PAÍS [5].

[3] Rodríguez, M. (2019). Día de la Mujer: 5 teoremas matemáticos cuyas autoras (y sus fascinantes historias) quizás no conoces. BBC News [6].

■

PASATIEMPOS Y CURIOSIDADES

La ley de Benford

El patrón oculto en nuestros números

Juan Carlos Fernández Garcés
Laura Pérez Romera
Vanesa Solano Ruiz
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

La *ley de Benford* parece algo trivial: un simple patrón sobre la primera cifra de los números. Sin embargo, cuando se examina con detenimiento, esta ley emerge en multitud de escenarios: finanzas, censos de población, música, deporte, incluso en dimensiones cósmicas y en el interior de nuestro planeta. Y lo más sorprendente es que nadie sabe con total certeza por qué este patrón se cumple tan a menudo.

A continuación, se presenta un recorrido por las pistas que llevaron a su descubrimiento, sus aplicaciones y las fascinantes conexiones que establece entre la vida cotidia-

[4] *mujeresbacanas.com/mary-cartwright-1900-1998*.
[5] *elpais.com/ciencia/2021-04-27/mary-cartwright-la-matematica-que-descubrio-el-caos.html*.
[6] *www.bbc.com/mundo/noticias-47365093*.

ISSN 1988-5318

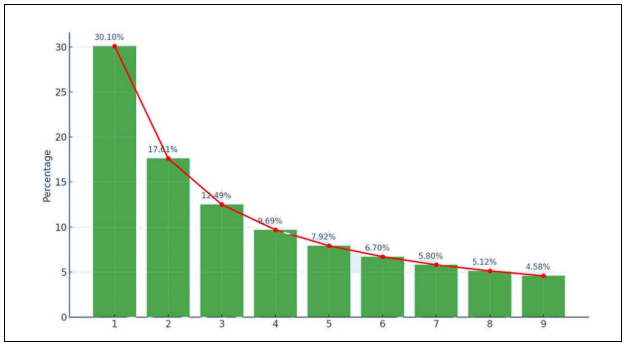
na y la naturaleza misma.

Un descubrimiento entre páginas gastadas

A finales del siglo XIX, en el Observatorio Naval de los Estados Unidos, un astrónomo llamado Simon Newcomb reparó en un detalle aparentemente irrelevante [4]. Al consultar antiguos libros de logaritmos (tablas de cálculo muy usadas antes de las calculadoras), notó que las primeras páginas aparecían muy desgastadas en comparación con las últimas. Este efecto se repetía en un libro tras otro. ¿Por qué la gente parecía usar mucho más los logaritmos de números bajos (aquellos que empiezan por $1, 2, 3 \ldots$) que los de números grandes ($7, 8, 9 \ldots$)?

Frank Benford

Décadas más tarde, el ingeniero Frank Benford (1883–1948) redescubrió y formalizó este fenómeno, que hoy conocemos como *ley de Benford* [1]. La esencia de esta ley es la siguiente: si reunimos un gran conjunto de números que procedan de fenómenos naturales o de datos «no sesgados», es frecuente que el 30 % de ellos empiece por 1, alrededor del 17 % empiece por 2, y así sucesivamente, de forma que la cifra 9 al inicio sea la menos común (por debajo del 5 %). Al representar esta distribución en una gráfica, aparece una curva que desciende logarítmicamente.



Ley de Benford

Este patrón resulta muy contraintuitivo y, sin embargo, surge de modo recurrente en la naturaleza, en los datos económicos y en multitud de ámbitos. La gran pregunta que se hizo Newcomb (y posteriormente Benford) es: ¿por qué se cumple este patrón? Y, con los años, ha quedado claro que su alcance no es meramente anecdótico.

Explicaciones matemáticas de la ley de Benford [3]

Como ya hemos mencionado, la ley de Benford es un fenómeno matemático que describe la distribución de los primeros dígitos en muchos conjuntos de datos del mundo real. Según esta ley, en muchos conjuntos de números que abarcan varios órdenes de magnitud, el primer dígito tiende a ser pequeño. Específicamente, la probabilidad de que un número comience con el dígito d (donde d va de 1 a 9) está dada por:

$$P(d) = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{d}\right)$$

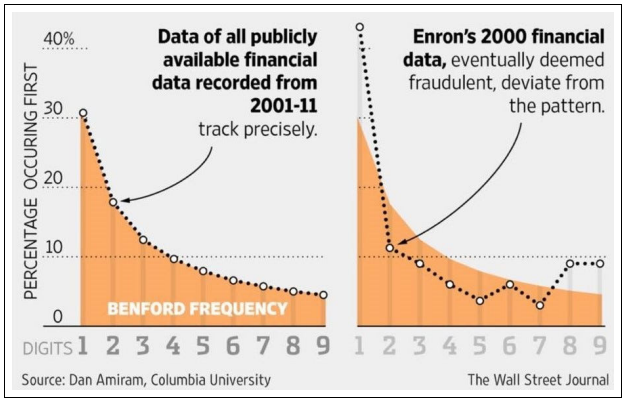
Esto significa, por ejemplo, que aproximadamente un 30,1 % de los números comienzan con el dígito 1, mientras que solo alrededor del 4,6 % comienzan con el 9.

Finanzas y fraude: ¿Puede la ley de Benford detectar mentiras?

La ley de Benford ha captado el interés de contadores y auditores como herramienta para identificar fraudes. La idea es simple: mientras que los datos auténticos siguen una distribución específica, aquellos manipulados tienden a desviarse de este patrón.

En Estados Unidos se sospecha que el IRS (la hacienda pública estadounidense) emplea este método, aunque las restricciones legales impiden confirmarlo de forma oficial. Por su parte, en la Unión Europea diversas instituciones han incorporado esta técnica para señalar posibles irregularidades.

De forma independiente, en el caso de Enron (empresa norteamericana), analistas financieros observaron que sus cuentas manipuladas no se ajustaban a la distribución de Benford.



Ejemplo de fraude en Enron

Aplicaciones en música y deporte

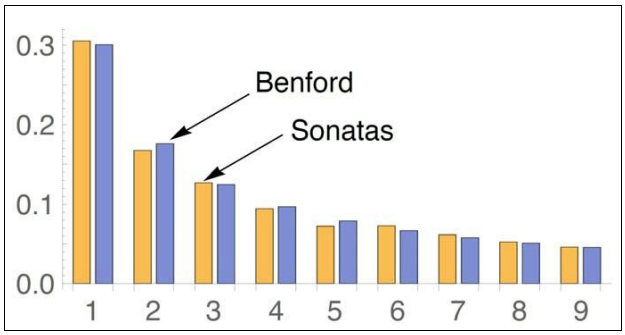
Es sorprendente que la ley de Benford se dé en ámbitos tan distintos como la música y el deporte. En composiciones de Beethoven, Bach y Schubert se ha comprobado que la duración de las notas se ajusta a esta distribución, lo que sugiere una conexión entre nuestros patrones auditivos y la matemática.

En concreto, al analizar las 32 sonatas para piano de Beethoven se formó un conjunto de 2043 duraciones (32 sonatas $\times$ 88 teclas menos las notas no tocadas), se extrajo el primer dígito de cada valor y se comparó con la distribución de Benford (véase la tabla inferior), observándose un ajuste notable.

Digit	Bin counts in $\tilde{\mathcal{A}}$	Relative frequency data	Benford	Relative error
1	624	0.305433	0.301030	0.01463
2	342	0.167401	0.176091	0.04935
3	260	0.127264	0.124939	0.01861
4	193	0.0944689	0.0969100	0.02519
5	148	0.0724425	0.0791812	0.08511
6	149	0.0729320	0.0669468	0.08940
7	126	0.0616740	0.0579919	0.06349
8	107	0.0523740	0.0511525	0.02388
9	94	0.0460108	0.0457575	0.00554

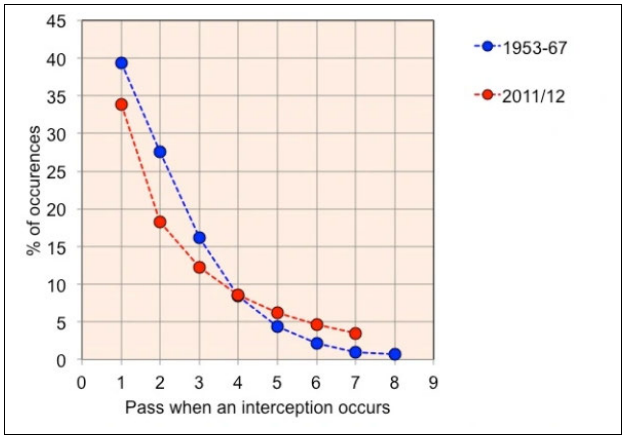
ISSN 1988-5318

Valores numéricos extraídos de las 32 sonatas de Beethoven frente a valores de la distribución de Benford



Comparación de las frecuencias del primer dígito en las duraciones de las notas de las sonatas de Beethoven frente a la distribución de Benford

De igual manera, métricas como los pases en fútbol se ajustan a la misma pauta: los valores en estas métricas cuyo dígito inicial es bajo (1 o 2) aparecen con mucha más frecuencia que aquellos que comienzan con cifras altas (8 o 9). Incluso las decisiones rápidas durante el juego, al agruparse en secuencias de acciones, se comportan de manera «benfordiana». Así, tanto en la música como en el deporte, nuestras dinámicas parecen regirse por patrones matemáticos universales.



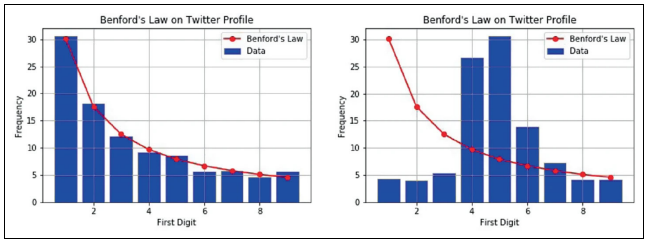
Pases entre intercepciones: English League 1 (1953-1967) vs. Premier League (2011-2012)

Detección digital y redes sociales

La ley de Benford también aparece en el mundo digital. Investigaciones como la de la profesora Jennifer Goldbeck de la *Universidad de Maryland* [2] han comprobado que los números de seguidores y conexiones en redes sociales como *Facebook*, *Twitter* o *Pinterest* suelen seguir esta distribución.

Cuentas que se desvían significativamente son, a menudo, bots o perfiles falsos. Por ejemplo, un estudio en *Twitter* detectó alrededor de 100 perfiles (entre 50 000 analizados) que no cumplían la ley, identificados como bots rusos.

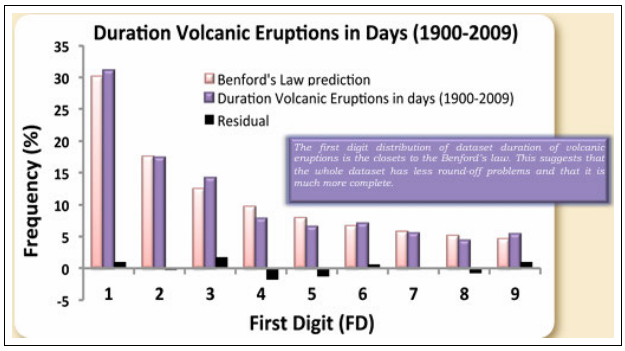
Además, la ley se utiliza en el análisis forense digital para detectar ediciones en imágenes JPEG, ya que la compresión y el guardado alteran el patrón característico de Benford, lo que ayuda a identificar posibles manipulaciones.



Comparativa entre datos reales y de bots según la ley de Benford (izda. usuario real, dcha. bot)

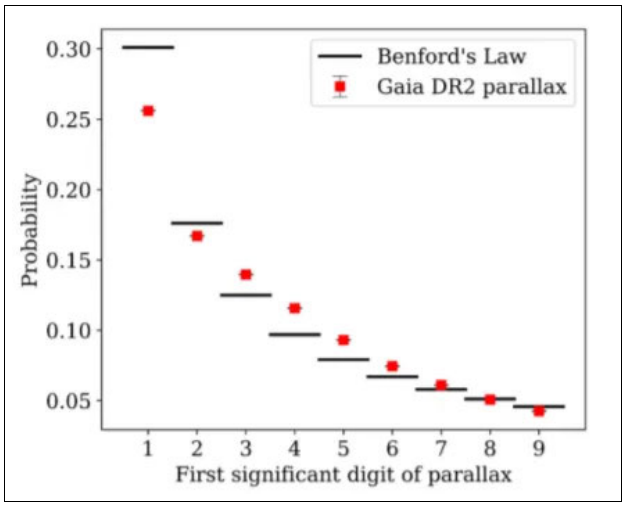
Aplicación en geología y astronomía

En geología, estudios de vulcanología en el *Instituto de Ciencias de la Tierra* de Barcelona han mostrado que el tamaño y la actividad de los volcanes a nivel global se ajustan sorprendentemente a la distribución de Benford, incluso con registros relativamente recientes.



Comparación entre la duración de erupciones volcánicas y la predicción de la ley de Benford

Curiosamente, la ley también se observa en el ámbito astronómico: distancias de galaxias, magnitudes de estrellas y otras mediciones siguen este patrón, independientemente de la unidad empleada. Esto sugiere que, tras el aparente caos de la naturaleza, existe un orden matemático común.



Paralajes de Gaia comparados con la ley de Benford

Conclusión

La ley de Benford se ha convertido en un instrumento poderoso para la verificación de datos, la detección de fraudes y el análisis de patrones en disciplinas tan dispares como la contabilidad, la música, el deporte, la política, la geología e incluso la astronomía. Su constante aparición insinúa que, en medio del caos aparente de nuestras vidas

ISSN 1988-5318

y de los fenómenos de la naturaleza, opera una sorprendente regularidad que vincula lo grande con lo pequeño, lo humano con lo cósmico.

Tal vez nunca hallemos una respuesta definitiva a por qué esta ley se cumple en tantísimos escenarios. Sin embargo, la fascinación que despierta radica precisamente en esa mezcla de simplicidad y omnipresencia. Sirve como recordatorio de que, aunque el mundo parezca caótico, se esconden estructuras matemáticas que nos conectan a escala planetaria y cósmica, revelándonos que, en cierto modo, todos formamos parte de una misma gran curva.

Referencias

[1] Benford, F. (1938) *The law of anomalous numbers.* Proceedings of the American Philosophical Society **78**, 551–572.

[2] Golbeck, J. (2015) *Benford's Law Applies to Online Social Networks.* PLoS ONE **10**, 4–8.

[3] Hill, T. P. (1995) *A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law.* Statistical Science **10**, 354–363.

[4] Newcomb, S. (1881) *Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers.* American Journal of Mathematics **4**, 39–40.

■

CULTURA Y MATEMÁTICAS

Microrrelatos matemáticos

José Ramón Sánchez García
IES Los Ángeles (Almería)

Uno de los objetivos de este Boletín es la presentación y difusión de distintas facetas de las Matemáticas, desde diferentes puntos de vista: del estudiante, de la investigación, de las experiencias y actividades en los centros educativos, etc.

Con este fin, la sección de *Cultura y matemáticas* resulta particularmente apropiada, ya que ofrece la plataforma idónea para mostrar la presencia de nuestra ciencia en otras vertientes culturales habitualmente alejadas de ella, tales como el Arte, la Literatura o las Ciencias Sociales.

Biblioteca de ciencias de la Alta Lusacia en Görlitz, Alemania. Fuente: Wikimedia Commons. Autor: Ralf Roletschek

Dando un paso más allá, creemos que en esta sección podría tener una buena acogida la publicación de microrrelatos matemáticos, es decir, pequeñas obras de ficción (o no) que tengan un trasfondo matemático, bien en la trama, bien en los personajes.

¿Qué se entiende por microrrelato? Si bien no hay una definición académica formal, sí que hay una serie de características habituales que lo identifican: ser breve (no más de 250 palabras aproximadamente), contar una historia completa (con un título adecuado), usar un lenguaje preciso y alejado de digresiones, y frecuentar un giro final que sorprenda al lector. En *este enlace* se pueden consultar más detalles sobre su estructura.

Ejemplo de lo anterior es el texto que aparece a continuación, de autoría propia. Desde este momento animamos a los lectores a enviar microrrelatos matemáticos (inéditos) para incluirlos en esta sección del Boletín.

CAMBIO DE BASE

¡Pero no es justo!, protestaba airadamente una y otra vez. Desde su pupitre, el alumno se deshacía en esfuerzos para hacer las malditas operaciones. Se le había atragantado el sistema de numeración decimal, los dígitos del 0 al 9 le venían grandes. Él seguía vociferando. *Es que no tiene razón de ser, es un sistema de numeración que encima nos ha venido de fuera, ¡es de otros, no nuestro! Estoy harto de repetir que un sistema de numeración de base ocho, con los símbolos del 0 al 7, sería mucho más fácil para operar, además de que así el sistema binario de los ordenadores sería sólo una pequeña adaptación porque 8 es una potencia de 2 y...*

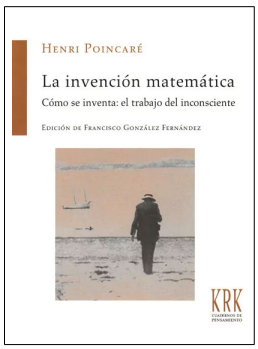
La maestra no lo dejó seguir. Estaba harta de su soberbia por ser de sangre azul, de que hablara con ese desprecio del sistema de numeración de los otros, de que siempre estuviera dando la matraca con el sistema octal, diciendo que eso de los diez dedos era una tontería en esa clase. Era el más listo del acuario, pero este pulpo ya se estaba pasando. ■

 ISSN 1988-5318

Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática

La invención matemática.

Henri Poincaré



Ficha Técnica
Editorial: KRK.
109 páginas.
ISBN: 978-84-8367-603-5.
Año: 2018.

En numerosas ocasiones recomiendo a mis estudiantes que lean a los maestros. Henri Poincaré, probablemente, es uno de los más grandes.

En el número 2 del volumen XI del Boletín realizamos una reseña de otra obra, *Las ciencias y las humanidades*, de este genial matemático francés y, en el número 2 del volumen XVI, escribí una breve semblanza —por supuesto, muy incompleta— suya. Poincaré, además de su ingente obra matemática, publicó numerosas colaboraciones en prensa y diferentes obras divulgativas en las que mostró una gran capacidad comunicativa.

Si en *Las ciencia y las humanidades*, Poincaré hace una férrea defensa del estudio del latín y los beneficios que reporta esta actividad en la mente de un matemático, en *La invención matemática* expone su visión del proceso creativo que se produce en la investigación matemática.

No mencionaré aquí los argumentos esgrimidos por Poincaré para no desvelar el contenido del libro que seguro hará reflexionar a quien decida leerlo —actividad que recomiendo fervientemente—.

Esta obra se publicó originalmente en 1908 como consecuencia de una conferencia impartida por Poincaré el 23 de mayo en el *Institut Général Psychologique* y publicada posteriormente en su boletín. Después se publicó en diferentes revistas, con algunas modificaciones y, finalmente, Poincaré la incluyó en su obra *Ciencia y método*.

Un hecho a resaltar, tal y como ocurre con todas las obras publicadas en la editorial KRK, es la magnífica edición de la obra, cuidadísima. La introducción, elaborada por el profesor de literatura francesa de la *Universidad de Oviedo* Francisco González Fernández, realiza un recorrido previo sobre las teorías relativas al proceso creativo, preparando el camino de una forma magistral de manera que nos permite disfrutar plenamente de la obra de Poincaré. En definitiva, una obra magnífica, con una introducción excepcional en una edición brillante.

Fernando Reche Lorite
Universidad de Almería

Acertijos

Los recuerdos de doña Lola

Nunca la vi más simpática y entretenida que aquel día. Llegó a clase con tres saquitos idénticos a los que había adherido un número para distinguirlos. Nos dictó un ejercicio con las siguientes palabras:

— Cada saquito contiene un pequeño objeto muy valioso para mí. Lo que os pediré no es su valor, en realidad sentimental, sino su peso en gramos. El primer objeto tiene un peso inferior en un gramo a la suma de los pesos de los dos restantes. Por otra parte, debemos añadir 33 a la diferencia de los cuadrados de los pesos de los objetos segundo y tercero para alcanzar el cuadrado del peso del primer objeto. Os diré también que el producto de los pesos de los tres objetos asciende a 105. Con estos datos, seguro que descubriréis la respuesta.

(En el próximo número aparecerá la solución.)

Solución al acertijo del número anterior

Sabiendo que 100 naturales consecutivos sumaban 6450, teníamos que calcular el menor y el mayor de tales números.

Si n es el más pequeño, los siguientes son $n+1, n+2, \ldots, n+99$. Sabemos que

$$n + (n+1) + (n+2) + \cdots + (n+99) = 6450.$$

Escribiéndolos en orden decreciente, la identidad anterior se transforma en la siguiente:

$$(n+99) + (n+98) + (n+97) + \cdots + n = 6450.$$

El primer sumando de la primera ecuación, que es n, y el primer sumando de la segunda, que es $n+99$, suman $2n+99$. Lo mismo ocurre con los segundos sumandos de ambas igualdades, que son $n+1$ y $n+98$ (la suma vuelve a ser, como puede apreciarse, $2n+99$).

Esta situación se repite con los terceros y, en realidad, con los situados en cualquier posición. Por tanto, si sumamos miembro a miembro las dos identidades anteriores, podemos establecer las asociaciones señaladas y deducir que $(2n+99)100 = 6450 \cdot 2$. En consecuencia, $2n+99 = \frac{6450}{50} = 129$. De ello se deduce que $2n = 30$ y podemos concluir que $n = 15$.

El más pequeño de los naturales buscados es 15 y el más grande, $n+99$, es igual a 114. Así pues,

$$15 + 16 + 17 + \cdots + 114 = 6450.$$

Juan Carlos Navarro Pascual
Universidad de Almería

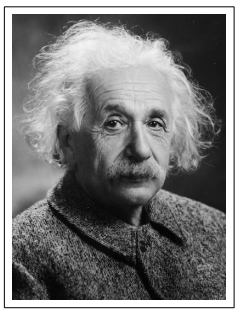
 ISSN 1988-5318

Citas Matemáticas

«Di lo que sabes, haz lo que debes, pase lo que pase».

Sofia Kovalevskaya (1850–1891), matemática rusa.

«¿Cómo puede ser que la matemática, siendo al fin y al cabo un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, esté tan admirablemente adaptada a los objetos de la realidad?».



Albert Einstein (1879–1955), físico alemán.

Páginas web y redes sociales

Yo Soy Tu Profe

https://yosoytuprofe.20minutos.es

Un problema que tienen algunas páginas web de matemáticas y, en general, de cualquier tipo, es que no se renuevan continuamente. El contenido matemático del portal educativo llamado *Yo Soy Tu Profe*, sito en *https://yosoytuprofe.20minutos.es/*, salva este inconveniente perfectamente.

Aunque su contenido no es sólo de matemáticas, presenta una gran variedad de temas relacionados con ellas. Su creador es el ingeniero Miguel Ángel Ruiz Domínguez.

Aparece material imprimible clásico de secundaria y de bachillerato ordenado por niveles y temas, pero, además, hay abundantes ejercicios resueltos, videotutoriales y vídeos explicativos para ayudar a comprender las principales nociones matemáticas que aparecen en estos niveles educativos y que ayudarán al usuario a aprender matemáticas con más facilidad y entretenimiento.

No faltan los artículos de opinión, los acertijos, juegos y retos, las curiosidades, la sección de matemáticas divertidas, noticias sobre actividades relacionadas con las matemáticas, fuera del ámbito escolar, recursos digitales y orientaciones para usarlos.

Ofrece la oportunidad a cualquier usuario, de poder publicar, previa revisión, pequeños artículos sobre contenido matemático o proyectos de innovación.

Puede comprobarse que es uno de los portales educativos en español más visitados. Hay un pequeño inconveniente en la publicidad que has de soportar.

Pensamos que, por su orientación original no exclusiva para alumnos sino también para docentes y para familias y por su gran amplitud de recursos, sobre todo, digitales, es un lugar altamente recomendable para visitar.

Reseña de José Carmona Tapia y José Escoriza López
Universidad de Almería

 ISSN 1988-5318

TERRITORIO ESTUDIANTE

π al descubierto

Métodos y técnicas para aproximarlo

Iván José Acién Martín
Juan Francisco Cuevas Rodríguez
Rocío Guillén Manzano
Juan Rafael Sánchez Gálvez
Carmen Torres Gutiérrez
Estudiantes del Grado en Matemáticas de la UAL

A día de hoy, hay cosas que no merecen presentación. Todos conocemos qué representa el número π. El cálculo de esta constante, afortunadamente, ha ido evolucionando con la civilización humana durante los últimos 4000 años de historia.

Una de las primeras instancias de este hecho la podemos encontrar en el *Papiro de Rhind*, datado cerca del 1550 a. C. En este escrito se estima de manera indirecta que $\pi \equiv \frac{256}{81} \equiv 3{,}1605$. No hay mayor razonamiento detrás de esto más que la simple introspección, pero funciona. Aunque Ahmes, el autor de este papiro, cometiera un error menor al 1 %, no siempre las aproximaciones de esta constante han sido destacables. Por ejemplo, basta referirnos al versículo 1 Reyes 7:23 de la Biblia, que dice

> *«Hizo fundir asimismo un mar de diez codos de un lado al otro, perfectamente redondo; su altura era de cinco codos, y lo ceñía alrededor un cordón de treinta codos.»*

Donde un simple cálculo arroja una aproximación de $\pi \equiv 3$. El error de este resultado está asociado a las posibles aproximaciones que hayan podido recibir las magnitudes descritas en el versículo.

Escándalos mayores han acompañado al número π, concretamente, en la Asamblea General de Indiana durante el año 1897. El médico y matemático aficionado Edwin J. Goodwin creyó que había descubierto las soluciones para los problemas clásicos de geometría planteados en la Grecia clásica. Aunque para el año 1882 teníamos una respuesta (negativa) para los tres problemas, Record, político de Indiana, llevó a cabo una propuesta de ley «que presenta una nueva verdad matemática», y que implicaba que $\pi \equiv 3{,}2$. Por suerte para la historia, la ley no salió adelante.

Desde el Boletín Matemático, en honor al día de la matemáticas, hemos decidido reservar una sección para mostrar al lector distintos métodos de aproximación de π, y le invitamos a que indague otros métodos aparte de los que expondremos a continuación.

Método de Arquímedes o de los polígonos regulares.

Arquímedes de Siracusa (287–212 a. C.) fue una de las figuras más importantes en la historia de la humanidad, dejando contribuciones en matemáticas, física e ingeniería, entre otras. Hijo del astrónomo Fidias, recibió sus primeras enseñanzas en matemáticas de él y se formó en Alejandría, donde estudió con Conón de Samos y entabló amistad con el gran matemático Eratóstenes.

En cuanto a su contribución al cálculo del número π, Arquímedes utilizó un método que consistía en inscribir y circunscribir polígonos en un círculo. Calculando el perímetro de estos polígonos, pudo aproximar el valor de π con una precisión notable para su época. Este método sentó las bases para futuros avances en la comprensión y cálculo de π. De hecho, su método se basaba en la acotación entre dos valores en el que π se encontraba; es decir, una aproximación por defecto y exceso.

En particular,

$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7} \Rightarrow 3{,}140845 < \pi < 3{,}142857.$$

El método de Arquímedes para calcular el número π es un algoritmo ingenioso que utiliza polígonos inscritos y circunscritos en un círculo. A continuación, se describe el proceso general de este método:

1. **Polígonos iniciales:** Arquímedes empezó considerando polígonos regulares inscritos y circunscritos en un círculo. Inicialmente, utilizó polígonos de seis lados (hexágonos).

2. **Duplicación de lados**: luego, duplicó sucesivamente el número de lados de estos polígonos. Cada vez que duplicaba los lados, los polígonos se acercaban más a la forma del círculo.

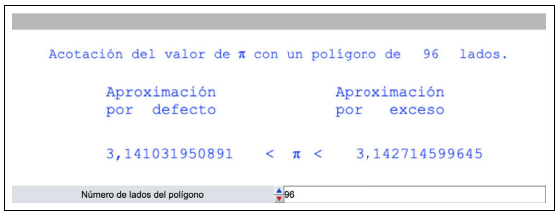
3. **Cálculo de perímetros:** para cada polígono, calculaba el perímetro. En el caso del polígono inscrito, este perímetro es una subestimación del perímetro del círculo (la circunferencia), mientras que, para el polígono circunscrito, es una sobreestimación.

4. **Aproximación de π:** la longitud de la circunferencia de un círculo se relaciona con π a través de la fórmula $C = 2\pi r$, donde C es la longitud de la circunferencia y r el radio. Arquímedes utilizó los perímetros de los polígonos inscritos y circunscritos para obtener límites inferiores y superiores, respectivamente, de la circunferencia del círculo. A partir de estos límites, podía calcular un rango dentro del cual se encontraba el valor de π.

5. **Resultados:** a través de este método, Arquímedes logró calcular que el valor de π estaba entre $3 + \frac{1}{7}$ y $3 + \frac{10}{71}$ en un polígono de 96 lados, lo cual es sorprendentemente preciso considerando las herramientas matemáticas de su época.

 ISSN 1988-5318

Aproximación de π con un polígono de 96 lados



Acotación del valor de π

Problema de Basilea (método de las series infinitas).

El *problema de Basilea* consiste en determinar cuál es el valor exacto de la suma de los cuadrados de los inversos de todos los números naturales, es decir, calcular la suma de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Este problema fue propuesto por primera vez por el matemático Pietro Mengoli en 1644 y fue popularizado por Jakob Bernoulli en 1689, pero ninguno de los dos lo resolvieron. Otros grandes matemáticos de la época, como Johann Bernoulli, Leibniz y Wallis tampoco pudieron encontrar la solución (aunque este último calculó su valor con 3 decimales). Este hecho le dio al problema aún más importancia. No fue hasta que Leonhard Paul Euler, uno de los principales matemáticos del siglo XVIII y uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos, muy conocido por el número de Euler (e), dio una solución al problema.

Euler demostró que la suma de esta serie daba como resultado

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

Despejando π de la igualdad tenemos que

$$\pi = \sqrt{6 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}}$$

Sumando los primeros cien términos de la serie obtenemos las dos primeras cifras y con diez mil obtenemos las cinco primeras cifras. Evidentemente, tendremos más precisión cuantos más términos sumemos de la serie. Como curiosidad, el nombre de la serie es en honor al lugar donde residían tanto Euler como Bernoulli, Basilea, una ciudad suiza.

El problema de la aguja de Buffon.

El matemático francés Georges-Louis Leclerc, también conocido como Conde de Buffon (1707–1788) propuso un experimento que consistía en dejar caer una aguja sobre una hoja rayada y anotar las veces que la aguja cruza alguna de las rayas. Después de lanzar la aguja muchísimas veces comprobó que su experimento estaba íntimamente relacionado con el número. Para obtener un número muy parecido a π, hay que dejar caer la aguja muchísimas veces sobre la hoja, multiplicar esta cantidad por dos y dividir el resultado entre el número de veces que la aguja cruzó alguna de las rayas. Esto sería:

$$\pi = \frac{2N}{N'},$$

siendo N el número de lanzamientos y N' el número de veces que la aguja cruza alguna de las líneas.

Para justificar este resultado supongamos que disponemos de una superficie rayada con líneas paralelas y una aguja de tal modo que si la aguja tiene una longitud l, la distancia d que separa a todas las paralelas es mayor que l.

Si se tira la aguja sobre la superficie puede que esta corte o no a alguna de las líneas. Consideramos como favorable aquel lanzamiento en el que la aguja efectivamente cae sobre alguna de ellas.

Pues bien, lo que demostró matemáticamente Buffon es que la probabilidad de que un lanzamiento sea favorable en este sentido es igual a $\frac{2l}{d\pi}$. Es evidente entonces que si hacemos que l y d sean iguales, entonces esta probabilidad será $\frac{2}{\pi}$.

Por otra parte, si llamamos N al número de lanzamientos y N' al número de casos favorables, el cociente $\frac{N'}{N}$ se aproximará a dicha probabilidad a medida que N aumente. Por lo tanto, si tiramos la aguja un número grande de veces podremos escribir:

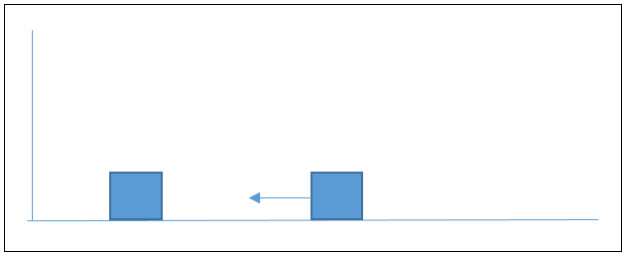
$$\frac{2}{\pi} \approx \frac{N'}{N} \Longrightarrow \pi \approx \frac{2N}{N'}.$$

Mediante colisiones.

Vamos ahora con otro método alternativo para el cálculo de π que resulta especialmente peculiar porque se trata más bien de un problema físico, que en el fondo no deja de ser un problema matemático como vamos a ver.

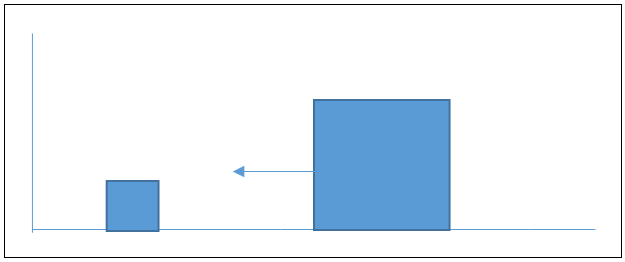
Supongamos dos bloques cúbicos de 1 kg de masa en un plano con una pared y asumamos que no hay pérdida energética alguna. Uno de ellos está en reposo ($v_1 = 0$) y otro se dirige a una velocidad v_2 hacia el cuerpo en reposo. El cuerpo 1 colisiona con el cuerpo 2 y como tienen la misma masa le transfiere completamente su momento lineal.

ISSN 1988-5318



Realizando este simple experimento podemos comprobar que ocurren un total de 3 colisiones: El primer choque entre los bloques, el rebote del cuerpo 1 con la pared y otra vez más, una colisión entre ambos bloques.

El interés viene cuando incrementamos el salto de masa entre los dos cuerpos. Pongamos ahora que el cuerpo 2 incrementa su masa hasta 100 kg (es decir, 100 veces más que el cuerpo 1). Entonces tras la primera colisión, no se transfiere completamente el momento y ambos cuerpos siguen avanzando hacia la pared, colisionando un total de 31 veces hasta que ambos cuerpos se alejan infinitamente.



Podemos repetir el procedimiento con un salto de masa de 10 000 o 1 000 000 unidades y obtendríamos respectivamente 314 y 3141 colisiones; llegados a este punto es probable que todos hayamos visto la relación de este experimento con π. En efecto, con cada salto de 100 unidades de masa obtenemos un nuevo dígito de π; es nuestro deber ahora, como matemáticos, razonar esta relación tan curiosa.

En todo momento, estamos asumiendo que se conserva la energía mecánica total; concretamente la energía cinética total, que depende de las velocidades v_1 y v_2, y de las masas m_1 y m_2.

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = cte.$$

Las masas y velocidades iniciales, a su vez, son constantes, por lo que podemos considerar el cambio de variable $\omega_1 = \sqrt{m_1}v_1$ y $\omega_2 = \sqrt{m_2}v_2$, transformando la ecuación en:

$$\frac{1}{2}\omega_1^2 + \frac{1}{2}\omega_2^2 = cte.$$

Y dado que $\frac{1}{2}$ también es constante, tenemos que:

$$\omega_1^2 + \omega_2^2 = cte$$

donde cte significa constante, por si dicha nomenclatura no le resulta familiar a alguno de los lectores.

Al mismo tiempo, el momento lineal se conserva cuando chocan las cajas entre sí, pero al chocar contra la pared la velocidad del bloque cambia de sentido y por tanto hay un salto en el valor total del momento del sistema.

En la situación con masas iguales el momento del sistema es:

$$p = p_1 + p_2 = m_1v_1 + m_2v_2 = 0 + m_2v_2 = m_2v_2 < 0$$

(tomando como negativas las velocidades orientadas hacia la pared).

Tras el choque entre los bloques se transfiere completamente el momento lineal, siendo ahora el momento del sistema:

$$p = m_1v_1 + 0 = m_1v_1 < 0.$$

Y tras el choque del bloque con la pared hay un salto en el valor del momento del sistema, por el cambio de sentido de la velocidad:

$$p = m_1v_1 + 0 = m_1v_1 > 0.$$

Por último, el bloque 1 vuelve a chocar al bloque 2 y ahora el momento lineal del sistema es:

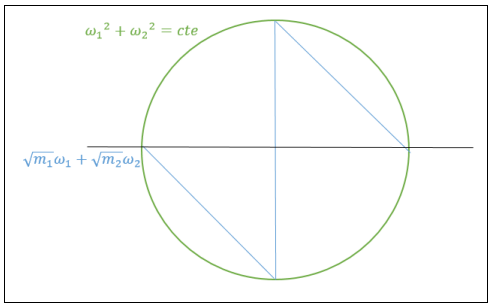
$$p = 0 + m_2v_2 = m_2v_2 > 0.$$

Para relacionarlo con la ecuación obtenida de la conservación de la energía cinética, expresemos el momento como:

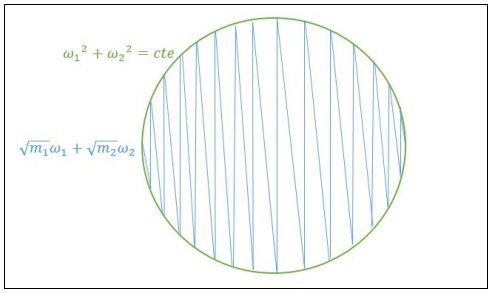
$$p = m_1v_1 + m_2v_2 = \sqrt{m_1}\omega_1 + \sqrt{m_2}\omega_2.$$

Como sabemos, tras cada choque, los valores de ω_1 y ω_2 deben pertenecer a la circunferencia $\omega_1^2+\omega_2^2 = cte$, y además verificar $p = \sqrt{m_1}\omega_1 + \sqrt{m_2}\omega_2$, lo cual es constante salvando los cambios de signo ya mencionados.

Trazando segmentos entre el valor de (ω_1, ω_2) tras cada choque, cuando ambas masas tienen valor 1 kg, nos queda este diagrama:



Y cuando entre los cuerpos hay un salto de masa de 100 unidades el dibujo viene a ser algo así:



ISSN 1988-5318

Podemos aproximar este dibujo al corte de un polígono regular inscrito en la circunferencia, que nos dará un polígono de 31 lados en este caso.

Para sintetizar esta sección del Boletín no vamos a demostrar detalladamente por qué surge π aquí, aunque creemos que ya se intuye claramente el motivo de su aparición e invitamos al lector a indagar más por cuenta propia acerca de este interesante experimento (*Colliding Blocks counting Pi*).

Es evidente que al aumentar el número de colisiones (lados) la aproximación de π mejora su precisión, pues para estimarlo basta con obtener el número de lados N, y dividir entre $\sqrt{10^n}$, siendo 10^n el salto de masa entre los cuerpos.

$$\pi \approx \frac{N}{\sqrt{10^n}}.$$

En el caso límite se tiene la igualdad:

$$\pi = \lim_{n\to\infty} \frac{N}{\sqrt{10^n}}$$

Para cerrar la sección nos gustaría dejar a los lectores una cita de Carl Friedrich Gauss: *«Los encantos de esta ciencia sublime, las matemáticas, solo se le revelan a los que tienen valor para profundizar en ellas»*.

Referencias

[1] Barrios Calmaestra, L. *Aproximaciones por defecto y por exceso del número Pi. Método de Arquímedes* Proyecto Descartes [7].

[2] Gal'perin, G. A. (2003). *Playing pool with π (the number π from a billiard point of view)*. Regular and chaotic dynamics, 8(4), 375-394.

[3] Muñoz, J. M. S. (2015) *El problema de Basilea y la solución de Euler*. Alcántara, 81, 77–95.

■

[7] *proyectodescartes.org/miscelanea/materiales_didacticos/Aproximacion_de_pi-JS/index.html*.

ISSN 1988-5318

Responsables de las secciones

- Actividad matemática
  - *Actividades organizadas*: Helena Martínez Puertas (hmartinez@ual.es) y Sergio Martínez Puertas (spuertas@ual.es).
  - *Entrevistas e investigación*: Juan José Moreno Balcázar (balcazar@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Foro abierto y preguntas frecuentes*: Cristina Rodríguez Perales (crp170@ual.es).
- Enseñanza primaria e infantil
  - *Experiencias docentes*: Nuria de los Ángeles Climent Rodríguez (climent@ddcc.uhu.es) e Isabel María Romero Albadalejo (imromero@ual.es).
- Enseñanza secundaria
  - *Experiencias docentes*: José Manuel Bonillo Viciana (josebonillomat@gmail.com), David Crespo Casteleiro (davidcasteleiro@hotmail.com), Pilar Gámez Gámez (mpgamez75@gmail.com) y María del Mar Llobregat Requena (mmar.llobregat@sek.es).
  - *Enseñanza bilingüe*: Daniel Prados Torrecillas (plurilinguismo.dpal.ced@juntadeandalucia.es).
  - *Concurso de problemas*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es) y Miguel Ángel Sánchez Granero (misanche@ual.es).
- Divulgación matemática
  - *La historia y sus personajes*: Enrique de Amo Artero (edeamo@ual.es) y Blas Torrecillas Jover (btorreci@ual.es).
  - *Las matemáticas aplicadas en otros campos*: Manuel Gámez Cámara (mgamez@ual.es), Antonio García Jerez (agarcia-jerez@ual.es), Juan Antonio López Ramos (jlopez@ual.es) y Ana Devaki Maldonado González (amg457@ual.es).
  - *Mujeres y matemáticas*: Isabel María Ortiz Rodríguez (iortiz@ual.es) y Maribel Ramírez Álvarez (mramirez@ual.es).
  - *Cultura y matemáticas*: José Luis Rodríguez Blancas (jlrodri@ual.es) y José Ramón Sánchez García (jramon_sg@hotmail.com).
  - *Lecturas recomendadas sobre divulgación matemática*: Antonio Morales Campoy (amorales@ual.es) y Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Páginas web de interés*: José Carmona Tapia (jcarmona@ual.es) y José Escoriza López (jescoriz@ual.es).
  - *Citas matemáticas*: Fernando Reche Lorite (freche@ual.es).
  - *Pasatiempos y curiosidades*: Juan Ramón García Rozas (jrgrozas@ual.es) y José Antonio Rodríguez Lallena (jarodrig@ual.es).
  - *Acertijos*: Juan Carlos Navarro Pascual (jcnav@ual.es).
- Territorio estudiante: Iván José Acién Martín (ivanacien.tecno18@gmail.com), Juan Fco. Cuevas Rodríguez (juanfco04cr@gmail.com), Rocío Guillén Manzano (rocioguillenmanzano@gmail.com), Juan Rafael Sánchez Gálvez (jrsangal@gmail.com) y Carmen Torres Gutiérrez (arusuke73.kun@gmail.com).

Aviso legal

Las opiniones expresadas en esta revista son las de los autores, y no representan necesariamente las del equipo editorial del *Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL*.

Los derechos de copyright de los artículos publicados pertenecen al *Boletín de la Titulación de Matemáticas de la UAL*. Cualquier persona física o jurídica que desee utilizar una parte o la totalidad de algún artículo, podrá hacerlo citando la fuente de referencia y su autor o autores.

ISSN 1988-5318